Orgaan van de
Nederlandse Vereniging
van Wiskundeleraren

EUCLIDES

Vakblad voor de wiskundeleraar

jaargang 70
1994-1995 oktober
2



Vwo- en havo-examens 1994

Wiskunde Olympiade-scholenprijs

Jaarverslag NVvW

Software ruimtemeetkunde

EUCLIDES

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 8 maal per cursusjaar.

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs. M.C. van Hoorn, Noordersingel 12, 9901 BP Appingedam.
Voor meer informatie: zie ‘Richtlijnen voor auteurs’ achterin dit tijdschrift.
De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 2 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

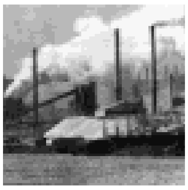
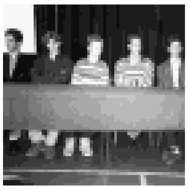
Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

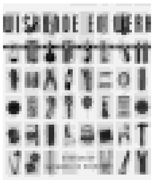
Voorzitter
dr. J. van Lint, Spiekerbrink 25, 8034 RA Zwolle, tel. 038-539985.
Secretaris
drs. J.W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.
Ledenadministratie
F.F.J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-653218; fax 076-653218.
Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.
De contributie bedraagt *f* 65,00 per verenigingsjaar; voor studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de VVWL *f* 47,50; contributie zonder Euclides *f* 40,00.
Opgave van nieuwe leden aan de ledenadministratie.
Opzeggingen vóór 1 juli.

Abonnementen niet-leden

Abonnementsprijs voor niet-leden *f* 71,00. Een collectief abonnement (6 exemplaren of meer) kost per abonnement *f* 48,00. Opgave bij de ledenadministratie (adres: zie boven).
Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgiro hebben ontvangen.
Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer.
Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar.
Annuleringen dienen vóór 1 juli te worden doorgegeven aan de ledenadministratie.
Losse nummers *f* 12,50.

Inhoud



In dit artikel komen de examenresultaten aan de orde aan de hand van de steekproefgegevens die het Cito verzameld heeft (J.J.Breeman, drs.C.Lagerwaard en H.N.Schuring). De meningen van de docenten vindt men daarna in een verslag van de regionale besprekingen van deze examens, georganiseerd door de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (drs. J.W. Maassen).

Eindexamens vwo en havo, eerste tijdvak 1994

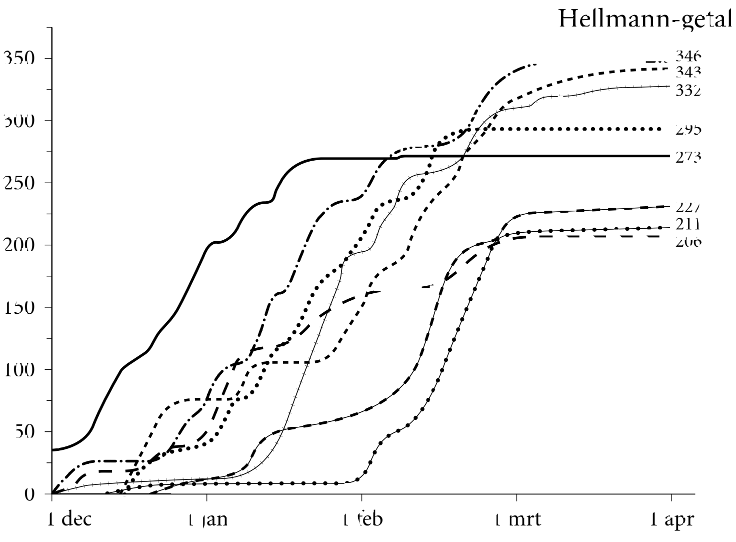
H.N. Schuring, C. Lagerwaard, J.J. Breeman, J.W. Maassen

De resultaten van de examens

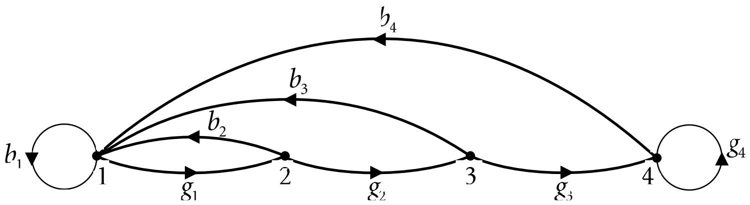
Het geven van een overzicht van de resultaten van deze examens (zie pagina 44) is slechts mogelijk dankzij de medewerking van de betrokken docenten die de gegevens van vijf kandidaten van hun school tijdig hebben opgestuurd.

Vwo wiskunde A

Het WIEWA-rapport is een belangrijk uitgangspunt bij de constructie van de examens. De drie leerstofgebieden Toegepaste Analyse, Toegepaste Algebra en Waarschijnlijkheidsrekening/Statistiek dienen elk op een gepaste wijze in de examens aan de orde te komen. Daaruit laat zich bijvoorbeeld verklaren dat er naast opgave 3, *Chaparral-vegetatie*, waarin het werken met matrices uitvoerig aan de orde kwam, niet ook nog een opgave over lineair programmeren in het examen was opgenomen.
Uit het overzicht van de algemene gegevens blijkt dat het examen redelijk tot goed gemaakt is. De gemiddelde score 6,4 (zie pagina 44) was zelfs iets hoger dan wat de samenstellers vooraf hadden geschat. Geheel volgens verwachting scoorden de kandidaten met wiskunde-B en/of natuurkunde in hun pakket betrekkelijk hoog. Opmerkelijk was dat dit keer slechts 3,5 % van de kandidaten met WB op 5,4 of lager uitkwam! Toch was de gemiddelde score voor kandidaten met alleen WA dit jaar ook heel bevredigend, namelijk 6,0.
Met de eerste 5 onderdelen van **opgave 1**, *Winter*, konden vrijwel alle kandidaten goed uit de voeten. Het moeilijkere laatste onderdeel van *Winter* daarentegen werd helaas maar door 9% van de kandidaten goed opgelost. (Figuur a)
In **opgave 2**, *Batterijen*, hadden nogal wat kandidaten fouten in onderdeel 9, het moeten toepassen van de $\sqrt{n}$-wet werd vaak niet doorzien. Overigens was de aanwezigheid van de problematiek in de onderdelen 8 en 9 voor de samenstellers reden om geen vraag over hypothese toetsen in het examen op te nemen.
Bij **opgave 3**, *Chaparral-vegetatie*, bleken de verschillen tussen de scores van kandidaten uit de groepen ‘WA-alleen’, ‘WA+Natuurkunde’ en ‘WA+WB’ uitermate gering. Bij de (gemakkelijk bedoelde) instapvraag scoorde iedereen hoog. De tegenhanger, de (moeilijk bedoelde) abstracte slotvraag, waarin matrix *B* moest worden opgesteld, was ook voor de kandidaten met meer oefening in de exacte vakken een struikelblok. Om technische redenen kon dit helaas niet de ‘uitsmijter’ van het examen zijn. (Figuur b)
Opgave 4, *Colibacteriën*, is beter gemaakt dan men verwacht had. Ook het differentiëren van e-machten wordt goed beheerst.
Samenvattend kan gesteld worden:
- een examen dat door kandidaten en docenten in het algemeen niet als moeilijk werd ervaren
- alleen de vragen waarbij vooral een beroep werd gedaan op het interpreteren en opstellen van een model gaven matige tot slechte scores.



Figuur a



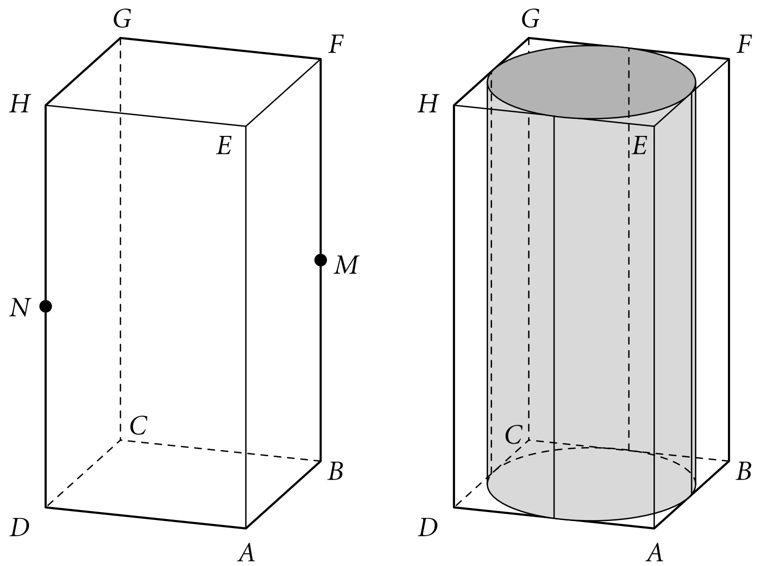
Figuur b

Vwo wiskunde B

45% van alle vwo-kandidaten heeft het wiskunde B examen afgelegd; vorig jaar was dit percentage 46.
Dit examen werd door veel docenten als niet te moeilijk, niet te origineel en goed gevarieerd over de leerstof gekenschetst.
Opgave 1, over een gebroken functie zonder verticale asymptoot, was een goede binnenkomer, hoewel 50% van de kandidaten de functie niet kon integreren.
Opgave 2, over een differentiaalvergelijking, had originele aspecten. De gemiddelde kandidaat kon hier goed op scoren.
Opgave 3 was dit jaar de stereometrieopgave. Opvallend is dat het resultaat van vraag 12, een afstandsberekening van twee evenwijdige lijnen, de laagste was van opgave 3. 55% van de kandidaten wist hier geen raad mee. Veel kandidaten hebben in vraag 13 het touwtje trachten te spannen via *AC* en *GE*. Waarschijnlijk zal het touwtje bij het zo strak mogelijk spannen niet op zijn plaats blijven. (Figuur c)
Goniometrie blijft voor de kandidaten een moeilijk onderdeel, zoals blijkt uit de resultaten van **opgave 4**. Vraag 14, een translatie vinden die de ene grafiek in de ander overvoert, was niet te maken door 71% van de kandidaten. 82% kon niet uit de voeten met de bepaling van de parameterwaarde waarvoor de somfunctie constant wordt.
De CEVO heeft besloten de cesuur ongewijzigd te laten. Hierdoor is het percentage onvoldoenden op 34 gekomen, een bevredigend resultaat.
De samenstellers van de opgaven hebben vorig jaar een gemiddelde score van 59 voorspeld. De werkelijke gemiddelde score dit jaar was 61.

Havo wiskunde A

In 1994 heeft 54% van de havokandidaten examen gedaan in het vak wiskunde A. Een kleine toename, want vorig jaar was dat percentage 52. Vier procent van de wiskunde A-populatie deed ook examen in wiskunde B. Op het havo had dit jaar 17% van de kandidaten geen wiskunde in het vakkenpakket. Vergeleken met het vwo (7%) is dit nog een vrij groot getal.
'Havo wiskunde A moet niet veel moeilijker worden' kopte het AD de dag na het examen. Dat gaf de

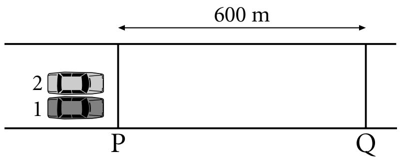


Figuur c

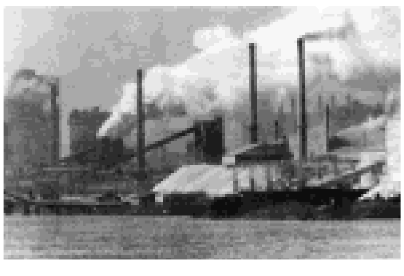
stemming in het veld goed weer. Naar het oordeel van vele docenten was het niveau van het examen hoger dan vorig jaar. Men vond in meerderheid het aantal routinevragen te klein en het aantal originele vragen wat groot.
De gemiddelde score was vrij laag: ruim 57 punten. De gemiddelde scores per vraag staan aan het slot van dit artikel.



Opgave 1 *Limonadesiroop* was een geslaagd beginvraagstuk. Leerlingen konden met de eerste vragen goed uit de voeten. De kansrekening in de vragen 3 en 4 ging wat minder goed.



De volgende opgave heette *Brandstofverbruik.* In twee van de drie vragen werden formules gebruikt die in de beginstam waren geïntroduceerd. Vraag 6 moest worden opgelost zonder die formules te gebruiken. Het bedenken van een aanpak voor deze vraag was voor 51% van de leerlingen ondoenlijk: zij scoorden hier 0 punten.
In *Lawaai en stank* kwamen lineaire interpolatie en ongelijkheden aan bod. De scores van 9 en 10 waren matig (p'= 47, resp. 49).
Opgave 4 *Betrouwbaarheid* begon met een standaardvraag over de normale verdeling. De laatste vraag, waarin een grafiek moest worden getekend en een bijbehorende formule moest worden opgesteld, was de moeilijkste vraag van het examen. De p'-waarde was 19. Van de kandidaten scoorde 69% geen enkel punt. Toch was dit een vraag die op twee manieren aangepakt kon worden. Het was mogelijk de gegeven grafiek en de in vraag 13 getekende grafiek te 'koppelen' en zo tot de gevraagde grafiek te komen. Uit die grafiek was de formule af te leiden. Een andere aanpak was het vinden van de gevraagde formule uit de twee gegeven formules en bij die formule de passende grafiek tekenen.
De laatste opgave heette *Overlast.* Lastig was hij in elk geval! In vraag 15 moest het staafdiagram vanaf de rechterkant cumulatief afgelezen worden en in verband gebracht worden met het schema. Maar liefst 41% van de kandidaten was niet in staat een goede aanpak te bedenken. Ook de combinatoriekvragen 16 en 17 werden niet goed gemaakt (p'-waarden 32 en 45). Bij de twee laatste vragen kwam het vooral aan op het interpreteren van het schema en redeneren. De gemiddelde score van deze vragen bleef onder de 40%.

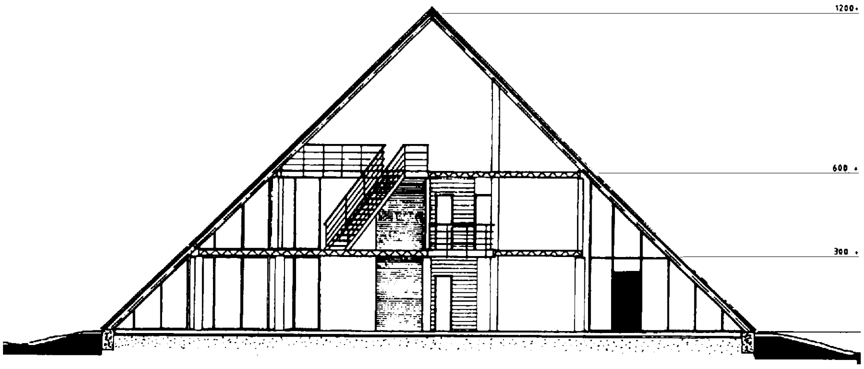


Bij het samenstellen van examenopgaven is de leidraad uiteraard het examenprogramma. Binnen de drie leerstofgebieden Tabellen Grafieken Formules, Discrete wiskunde, Statistiek en Kansrekening worden vragen geformuleerd die recht doen aan de 'Algemene beschrijving van kennis en vaardigheden' in het vak Wiskunde A. Daarbij wordt er naar gestreefd de vragen evenwichtig te spreiden over die drie leerstofgebieden. Het beperkte aantal vragen binnen een klein aantal verschillende contexten laat uiteraard niet toe dat over ieder leerstofonderdeel een vraag gesteld kan worden. Niettemin kwamen in dit examen tabellen, grafieken en formules voor, waren er vragen over matrices, grafen en combinatorisch tellen, en speelden beschrijvende statistiek, kansrekening en de normale verdeling een rol.
Van de algemene doelen kunnen met nadruk 'wiskundige probleemstellingen extraheren uit teksten', 'probleemstellingen analyseren' en 'een geschikte wiskundige werkwijze kiezen om een probleem op te lossen en algoritmen te gebruiken bij de uitvoering ervan' worden genoemd. Ook het rekenen en het redeneren speelden in dit examen een rol. Vragen die als origineel worden gekenschetst, doen met name een beroep op deze vaardigheden. In tegenstelling tot direct herkenbare standaardvragen hebben zulke vragen een produktief karakter. Dat maakt ze ook snel moeilijk. Op grond van de moeilijkheidsgraad en de mate van originaliteit van een aantal vragen heeft de CEVO de cesuur vastgesteld op 50/51. Het gemiddeld cijfer komt hiermee op 6,1.

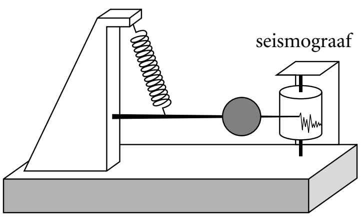
Havo wiskunde B

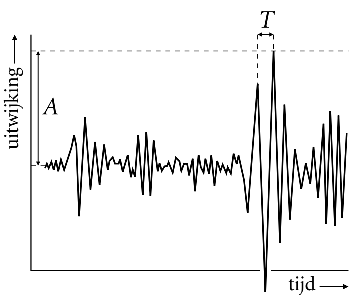
31% (vorig jaar ook 31%) van alle havo-kandidaten hebben aan dit

examen deelgenomen. 2% hiervan hebben ook examen afgelegd in wiskunde A.
Dit jaar, in het derde jaar dat het examen havo wiskunde B landelijk afgenomen is, heeft de CEVO besloten geen cesuurverschuiving toe te passen. Het percentage onvoldoenden, 38, is lager dan vorige jaren toen er wel een cesuurverschuiving werd toegepast.
Opgave 1 was een goede binnenkomer, hoewel 48% van de kandidaten geen raad wist met de transformatie in vraag 4.



Ook in **opgave 2**, *Kantoorpiramide*, zagen veel kandidaten kans punten te verdienen. In deze opgave is vraag 7, de perspectieftekening, de vraag met de laagste score. 25% wist hier geen raad mee.

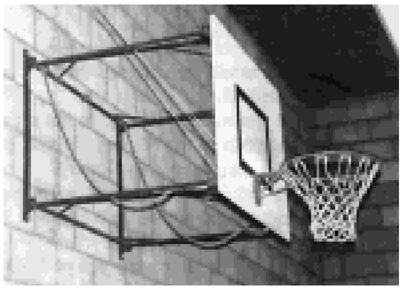


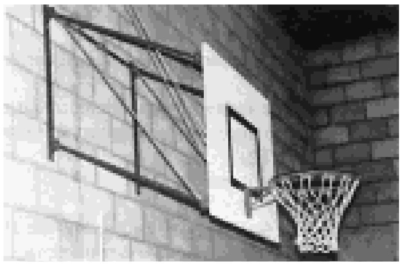


In **opgave 3**, *Aardbevingen*, werd, naar het oordeel van de docenten, teveel hetzelfde gevraagd. De vragen 10 en 12 bleken het moeilijkst te zijn. In vraag 10 moesten de kandidaten aantonen dat een tien keer zo grote uitslag op een seismograaf een toename van 1 op de schaal van Richter geeft. 81% van de kandidaten wist hier geen raad mee. In vraag 12 moest een gegeven formule worden herschreven. 84% van de kandidaten scoorde niet op deze vraag.
In **opgave 4**, *Basketbal*, is vraag 14 de moeilijkste gebleken. 62% van de kandidaten hebben nul punten gescoord op deze vraag, waarin de parameter *h* uitgedrukt moest worden in ß. Zelfs bij een zeer nauwkeurige tekening in vraag 15 was het praktisch onmogelijk bewijskracht te ontlenen aan de figuur.
De samenstellers van deze opgaven hebben vorig jaar een gemiddelde score voorspeld van 58, terwijl nu de gemiddelde score 57,9 is. De voorspelling is dus aardig uitgekomen.

Regionale besprekingen 1994

Traditiegetrouw organiseerde de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren ook in 1994 regionale besprekingen voor het examen wiskunde.
Voor wiskunde A en B havo en voor wiskunde A vwo gebeurde dit op 9 plaatsen, voor wiskunde B vwo op 8 plaatsen.
Bijna 270 docenten bezochten de besprekingen voor wiskunde A havo en bijna 225 de besprekingen voor wiskunde A vwo, de bijeenkomsten voor wiskunde B havo en vwo trokken beide ongeveer 170 docenten.
Evenals vorige jaren werden op de bijeenkomsten aan het begin enige vragen over het examen gesteld. Dit leidde tot de resultaten in tabel 3 op pagina 44.





Daar in 1995 de examens wiskunde A vwo en havo op dinsdag 23 mei zijn, is de centrale bijeenkomst op 24 mei. Op 25 mei is het Hemelvaartsdag.
Aan de aanwezigen is de vraag voorgelegd wanneer men de regionale bijeenkomsten wil.
30% was voor vrijdag, 1% voor zaterdag en 69% voor maandag.

Van bijna alle bijeenkomsten zijn verslagen gemaakt waarvan een kopie aan de CEVO is gezonden met het verzoek de gemaakte opmerkingen te gebruiken bij het opstellen van de examens voor de volgende jaren.
In dit artikel worden slechts de belangrijkste punten uit de verslagen samengevat.

Vwo wiskunde A

Men vond het examen eenvoudiger dan in 1993 waarbij men de sprei-

Korrel

De universiteiten

Universiteit en middelbare school – het is altijd een merkwaardig span geweest.
Hoogleraren waren als regel eerst leraar geweest, en jaarlijks kwamen ze als gecommitteerde bij de eindexamens terug om de sfeer te proeven en het peil te bewaken. Veel studenten werden later leraar. School en universiteit onderhielden een soort LAT-relatie: er was respect, genegenheid, en soms zelfs liefde, maar ook distantie.
Toen ging het mis, en, zoals zo vaak bij relaties die stuk lopen, is de schuldvraag moeilijk te beantwoorden. Heeft het ministerie de partners van elkaar vervreemd? Hebben de scholen door fusies de leraren over de rooie gejaagd? Is de jeugd steeds onhandelbaarder geworden?
De universitaire lerarenopleiding kwam in de tweede fase terecht, waardoor de instroom van universitair opgeleide leraren in het middelbaar onderwijs vrijwel is opgehouden.
Nou èn, zeggen ze in Zoetermeer, de middelbare school heeft in de Nieuwe Lerarenopleiding een andere partner gevonden, en de universiteit moet verder als vrijgezel door het leven. Voor ons is dat bovendien veel goedkoper.
Moet ik uitleggen hoe jammer dit alles is? Beginnen de universiteiten het zelf in de gaten te krijgen? Het zal de universiteiten niet meevallen, maar het lijkt erop dat zij zich sterk beginnen te maken om de relatiebreuk weer enigszins te lijmen. Laten we er het beste van hopen.

Jan van de Craats



ding over de stof slecht tot matig vond. Men miste een aantal onderwerpen als Correlatie en Regressie, Lineair programmeren, Periodieke functies en Hypothese toetsen. Het examen eiste weinig wiskundige technieken maar wel een behoorlijk wiskundig inzicht.
Ook dit jaar werd weer opgemerkt dat het examen voor allochtonen veel tekst bevatte, doch men had ook geconstateerd dat de teksten beter geformuleerd waren dan in vorige jaren. Men vond woordkeuze en zinsbouw veel beter. Toch deed men het volgende voorstel:
Kan er (bijvoorbeeld door de NVvW) een onderzoek gestart worden opdat met de resultaten hiervan het lezen en begrijpen van wiskundige teksten door allochtonen (en misschien ook autochtonen) verbeterd kan worden?
In de meeste verslagen werd gewezen op de inconsequentie van 'bereken in minuten nauwkeurig', 'bereken in gehele procenten nauwkeurig' en 'bereken in uren nauwkeurig'.
Als een belangrijk detailcommentaar kwam diverse malen naar voren dat sommige vraagstellingen niet voldoende duidelijk waren, zodat pas het correctievoorschrift duidelijk maakte wat geantwoord moest worden. Een voorbeeld hiervan was vraag 13. Bij vraag 14 vond men het correctievoorschrift te veel binden omdat sommige foute antwoorden 'minder fout' waren dan andere.
In een van de groepen werd gevraagd om nogmaals (bijvoorbeeld in Euclides) te vermelden hoe de keuzeonderwerpen wiskunde A in de toekomst zijn geregeld. Er bestond daar nogal wat misverstand over de toekomst van Correlatie en Regressie*****.

Vwo wiskunde B

Over het algemeen was men zeer tevreden over het werk.

Diverse groepen klaagden over de plaats van wiskunde B binnen het examenrooster. Doordat wiskunde B niet alleen aan het einde van de examenperiode stond, maar bovendien op de middag na het opstel Nederlands, werden de prestaties van de kandidaten nadelig beïnvloed. Bovendien had men door de late plaatsing weinig tijd voor correctie.
Als belangrijkste kritiek kwam het gestapelde karakter van vooral opgave 2 naar voren. Wie onderdeel 6 niet kon maken, was hierdoor zeer gedupeerd bij de onderdelen 7, 8 en 9.
Bij opgave 3, de ruimtemeetkunde, leverde de correctie van onderdeel 13 nogal wat problemen op. Hoe moest men handelen als kandidaten de draad via de diagonalen *AC* en *GE* lieten lopen en in vlak *ACGE* langs de cilinder?
Men vraagt zich af of in de ruimtemeetkunde de behandeling van vectormeetkunde nog zin heeft.
Ten slotte miste men een parameter- of impliciete kromme in het examen, vond men niet alle formuleringen even duidelijk, vond men de onderdelen van opgave 4, waar steeds dezelfde formule gebruikt moest worden, te eenzijdig en was er een roep om grotere duidelijkheid over wat er van de kandidaat verwacht wordt.

Havo wiskunde A

Uit de besprekingen kwam naar voren dat docenten het een moeilijker examen vonden dan vorig jaar. In meerderheid vond men het aantal routine-opgaven te klein en het aantal originele opgaven te groot. Toch wordt door velen positief over het werk geoordeeld. Over de leesbaarheid en de spreiding over de stof was men niet erg enthousiast. De teksten waren vaak lang en moeilijk te lezen. Ook waren de vraagformuleringen soms niet helder genoeg. Met het oog op vooral allochtone leerlingen wordt weer gepleit voor een controle op taalgebruik en zinslengte. Er lag te veel nadruk op formules. Delen van statistiek, interessante grafieken en exponentiële groei werden gemist.
In diverse groepen wordt opgemerkt dat er erg veel milieuzaken in het examen voorkomen.
In verscheidene verslagen wordt geconstateerd dat er door het stapelkarakter van de vragen te veel punten voor kandidaten verloren gaan.
Het juist formuleren van antwoorden is voor havo-leerlingen erg moeilijk en men vraagt zich af in hoeverre men ook bij andere vakken ‘vecht’ om een goede formulering van de antwoorden te krijgen.
De plaatsing van het examen op de middag na het economie-examen leverde voor nogal wat leerlingen problemen op, omdat het twee moeilijke examens op één dag waren.

Havo wiskunde B

Over het examen klonk een zekere tevredenheid uit de verslagen van de regionale bijeenkomsten, maar men was vaak erg ontevreden over de normering. Men vond dat voor sommige onderdelen te veel en voor andere onderdelen te weinig punten waren toegekend.
In een verslag spreekt men over een slechte spreiding over de onderdelen van de wiskundeleerstof, maar juist een goede spreiding in wiskundige activiteiten.
Ook werd gesproken over origineel werk, waaraan de goniometrie ontbrak, maar de meetkunde leerlingvriendelijk was.
Men wijst er op dat de leesbaarheid, speciaal voor allochtone leerlingen, slecht is, waarbij vooral de opgaven 3 en 4 een veelheid van woorden bevatten. Het blijkt dat de taligheid van wiskunde B groter is dan het programma deed vermoeden.
Diverse groepen vonden opgave 3 te moeilijk en vooral ook te eenzijdig omdat steeds hetzelfde gedaan moest worden.
Een vraag die gesteld werd over de correctie was, hoe te handelen als een leerling na het nummer van een onderdeel geheel niets opschrijft maar reeds eerder of later bij een ander onderdeel de vraag correct heeft uitgewerkt.
Ook vraagt men om centrale afspraken over afrondingskwesties.
Detailopmerkingen waren onder andere:
De tekening van onderdeel 3 was te groot, zodat het verdwijnpunt op de rand van het papier terecht kwam. In figuur 8 zijn de poolvlakken niet evenwijdig aan het equatorvlak. De zetfout van onderdeel 14 gaf soms verwarring.
Tenslotte vroeg men naar de betekenis van ‘onderzoek’ in vraag 15. Een schaaltekening is een goede oplossingsstrategie; als dat hier niet de bedoeling was, dan had de opdracht ‘door een berekening’ moeten bevatten.

Algemeen

In diverse bijeenkomsten wordt gevraagd er bij de lay-out van het correctievoorschrift voor te zorgen dat in het antwoordmodel een gehele opgave op één pagina komt.

Enige algemene gegevens van de examens.

	vwo-A	vwo-B	havo-A	havo-B
aantal kandidaten	24200	17300	27200	15600
gemiddelde score	64	61	57	58
standaarddeviatie	14	15	14	14
betrouwbaarheid	79	79	75	74
cesuur	54/55	54/55	50/51	54/55
percentage onvoldoenden	24	34	31	38
gemiddeld cijfer	6,4	6,1	6,1	5,8

Tabel 1

p'- waarde van de afzonderlijke vragen van de examens.

vraag	vwo-A	vwo-B	havo-A	havo-B
1	87	92	81	73
2	87	79	82	43
3	61	38	54	56
4	54	79	41	37
5	74	78	81	88
6	18	57	44	83
7	84	56	69	48
8	68	49	65	77
9	46	36	47	39
10	44	61	49	18
11	87	65	70	62
12	60	42	53	8
13	33	49	59	79
14	25	28	19	27
15	75	56	34	46
16	62	48	32	–
17	48	12	45	–
18	76	–	39	–
19	70	–	34	–

N.B. De p'-waarde van een vraag is de gemiddelde score, uitgedrukt in procenten van de maximum score van die vraag.

Tabel 2

	vwo-A	vwo-B	havo-A	havo-B
in vergelijking tot vorig jaar is het niveau van het CSE 1994				
lager	76%	41%	2%	12%
gelijk	24%	54%	24%	77%
hoger	0%	5%	74%	11%
de spreiding over de stof is				
slecht	61%	20%	55%	38%
voldoende	37%	69%	44%	59%
goed	2%	11%	1%	3%
het aantal routinevragen is				
te klein	5%	2%	64%	12%
goed	90%	95%	35%	87%
te groot	5%	3%	1%	1%
het aantal originele opgaven is				
te klein	3%	1%	3%	0%
goed	92%	96%	57%	86%
te groot	5%	3%	40%	14%
het correctievoorschrift is				
te gedetailleerd	5%	1%	0%	0%
goed	82%	89%	74%	86%
te weinig gedet.	13%	10%	26%	14%
de keuze van het startvraagstuk is				
slecht	8%	0%	3%	22%
matig	32%	1%	11%	33%
goed	60%	99%	86%	45%
de leesbaarheid van de vraagstukken is in het algemeen				
slecht	2%	14%	48%	3%
voldoende	69%	33%	50%	80%
goed	29%	53%	2%	17%
de omvang van het CSE 1994 was				
te gering	4%	0%	6%	2%
goed	95%	87%	72%	89%
te veel	1%	13%	22%	9%

De percentages zijn berekend over het aantal aanwezigen dat een keuze deed.

Tabel 3

Noot

* Met ingang van 1995 gaat een nieuw examenprogramma voor wiskunde A gelden. Dit is niet alleen in het Gele Katern van Uitleg opgenomen, maar staat ook in het nieuwe Vademecum van de NVvW.

Een opgave uit het examen vwo wiskunde A (1e tijdvak 1994) wordt door geen van de leerlingen uit een groep goed opgelost. Dit roept bij de docent zijn eigen strategie op voor het oplossen van deze opgave.

Over gemiddeldes

Klaas Wijnia

De vraag gaat over een statistiek/kans-probleem.

De context behelst het volgende: batterijen worden geproduceerd met een levensduur van 8,5 uur, met een standaarddeviatie van 50 minuten.
Om de levensduur van de batterijen te controleren wordt elke dag een aselecte steekproef van 40 stuks uit de dagproduktie genomen. Een controleur onderwerpt deze 40 exemplaren aan een duurproef. Hij laat het fabricageproces aan het begin van de volgende dag al bijstellen als de gemiddelde levensduur van deze batterijen minder is dan 592 minuten.

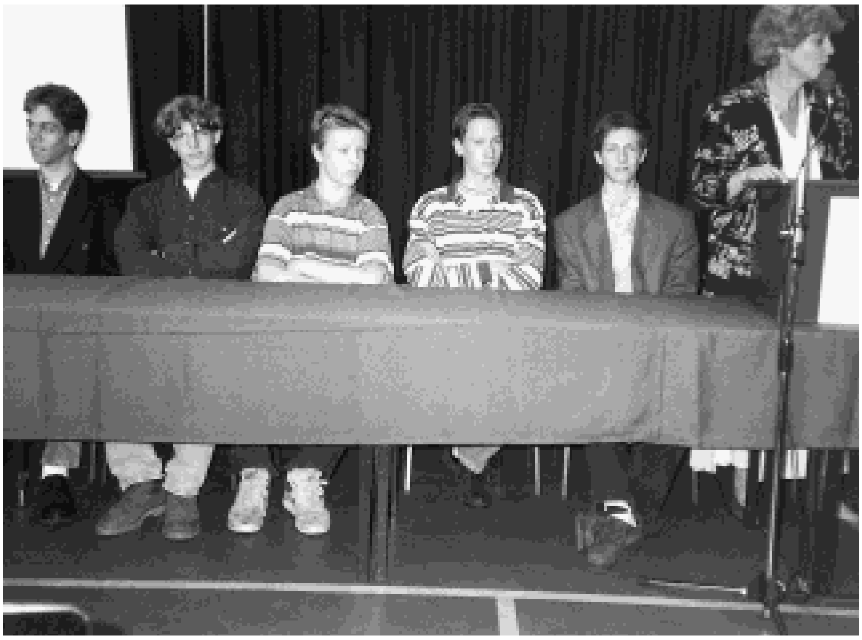
Stel dat de levensduur van de op een bepaalde dag geproduceerde batterijen normaal verdeeld is met een gemiddelde van slechts 582 minuten en een standaarddeviatie van 50 minuten.
Bereken in gehele procenten nauwkeurig de kans dat de controleur het fabricageproces aan het begin van de volgende dag toch niet laat bijstellen.

Aan het werk dus.
Eerste reactie, wat een onzin; als het gemiddelde 582 is dan stel je de zaak toch bij, of niet soms ?
De vraag nog maar eens lezen, want ik zal wel iets met de standaardnormale verdeling moeten doen, anders zouden “ze” (is: leerlingen-gedachte) de vraag niet stellen.
O ja, stel een gemiddelde van 582, dan weet ik dit dus niet zeker. Dan kan het gemiddelde ook wel hoger zijn dan, zelfs wel meer dan 592, en wordt de zaak niet bijgesteld. Daar is dan wel kans op, uitrekenen. Eens kijken, de standaarddeviatie is 50, met wat transformeren en zoeken in een tabel, krijgen we een kans op niet bijstellen van ruim 40 %. Klaar. Klaar? Wat een grote kans op niet bijstellen, terwijl met de kennis van 582 gemiddeld iedere weldenkende controleur wel bijstelt.
Wat doe ik fout???
In de tekst staat ook nog iets over een steekproef van 40, wat moet ik daarmee? De standaarddeviatie in het gemiddelde is dan $\sqrt{40}$ keer zo klein. Laat ik de opgave nog maar eens uitrekenen met dit gegeven. Ziedaar, een kans van 10% op niet bijstellen; dit zal dan wel het antwoord zijn.
Het correctiemodel erbij gepakt: goed opgelost!??
Tot deze laatste overwegingen komen mijn leerlingen niet, zij zijn allang blij dat er een antwoord staat waarbij geleerde kennis gebruikt is.
Nog ben ik er niet zeker van of de standaarddeviatie 50 al of niet betrekking heeft op het gemiddelde van 582. Maar met wat gezond verstand kom ik er wel. Ik doe ook veel vaker examen dan de leerlingen, met een bijna even grote theoretische kennis.
Ik kan me best begrijpen waarom van de 20 leerlingen niemand de vraag volgens het correctiemodel beantwoordde.
(Is een steekproef van 20 wel groot genoeg? Of was de steekproef aselect?)

Het is woensdag 1 juni 1994, de grote pauze is net begonnen, en leerlingen en leraren van het Stedelijk Gymnasium Leiden dringen de aula/gymzaal binnen om de uitreiking van de door Shell ingestelde Olympiade-wisselprijs mee te maken.

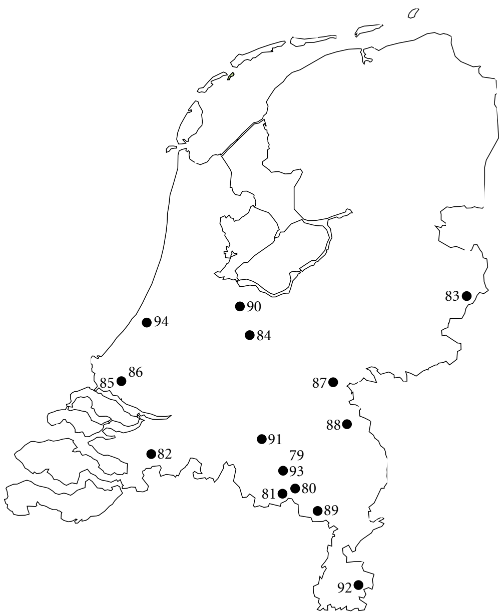
De scholenprijs 1994

Agnes Verweij

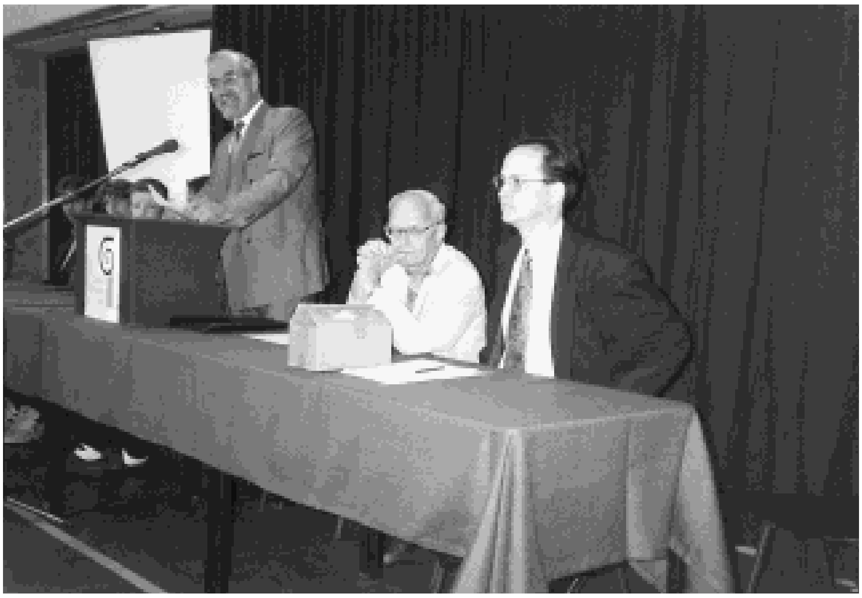


Vooraf

Wat ongemakkelijk zitten ze klaar achter de tafel, de vijf leerlingen die de scholenprijs van de Nederlandse Wiskunde Olympiade 1994 gewonnen hebben. Achter de tafel zitten verder twee bestuursleden van de Nederlandse Onderwijscommissie voor Wiskunde (NOCW), die de Wiskunde Olympiade organiseert, en een vertegenwoordiger van sponsor Shell. Op de voorste rij in de zaal zitten de genodigden, onder wie vertegenwoordigers van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren en de inspectie.
Als ook de staanplaatsen tegen het wandrek bezet zijn, opent de rector, mevrouw Smits, de bijeenkomst. Ze houdt het kort en drukt de overige sprekers op het hart dat ook te doen, want de repetities na de pauze moeten op tijd beginnen.
Henk Schuring, secretaris van de NOCW, heeft niet veel tijd nodig. Zijn overheadsheet, die de kaart van Nederland toont met de plaatsen van de winnende scholen sinds 1979 (zie figuur), spreekt voor zichzelf: de scholenprijs is nog nooit in het noorden van het land gevallen. Waarom niet? Henk weet het niet, de overige 'deskundigen' in de zaal ook niet.



Professor Duparc, voorzitter van de NOCW, neemt wat meer spreektijd. Hij feliciteert de vijfdeklassers Ronald van Luijk, Stijn Steenbrink, Bob Planqué, Casper Eykelhof en vierdeklasser (!) Sierk Rosema met hun winnende resultaten in de eerste ronde: respectievelijk 32, 25, 22, 19 en 25 punten. Duparc filosofeert vervolgens wat over de geschiedenis van het middelbaar en hoger onderwijs in Leiden en de plaats van de wiskunde daarin. Zijn gehoor reageert instemmend en



Henk Schuring aan het woord

geamuseerd. Alleen het idee dat je je als jongere geroepen zou kunnen voelen dit prachtige vak aan anderen door te geven en dus het onderwijs in te willen, lijkt noch de prijswinnaars noch de leerlingen in de zaal aan te spreken.

De prijzen

Duparc overhandigt namens de NOCW een ingelijste oorkonde aan de rector. Dan zegt hij dat het na dit 2-dimensionale geschenk, en voordat de 3-dimensionale wisselprijs uitgereikt wordt, tijd is om de prijswinnaars namens de NOCW een boek te overhandigen over ..., ja waarover eigenlijk? Duparc gaat zo op in zijn vriendelijke woorden voor de prijswinnaars dat hij de zaal vergeet en nog slechts af en toe, bij toeval, een woord in de microfoon spreekt. De vijf topscorers zitten er daarna wel wat meer ontspannen bij; ze lijken het gejuich en het applaus uit de zaal steeds leuker te gaan vinden.
Vier van de vijf winnaars van de scholenprijs van vorig jaar, leerlingen van het Lorentz Lyceum in Eindhoven onder wie één meisje, komen naar voren om de wisselprijs te overhandigen. Henk Schuring geeft ook aan hen eenzelfde boek, en nu horen we dat we het goed geraden hadden: het gaat over 4-dimensionale ruimten.
De heer Weststrate spreekt namens Shell. Hij heeft een verklaring van-



De heer Weststrate spreekt namens Shell

uit het Hebreeuws gevonden voor de cijfers van de totaalscore: 123 staat voor ‘voortreffelijk genoegen’. Weststrate legt uit waarom zijn werkgever met zoveel genoegen sponsor is van de Wiskunde Olympiade: de topscorers van deze wedstrijd beschikken, behalve over analytisch denkvermogen, ook over verbeeldingskracht en prestatiedrang. Dit is het soort mensen dat men in het bedrijfsleven nodig heeft. De prijswinnaars krijgen nu van Shell elk een eigen oorkonde, een medaille, en de traditionele in acryl gevatte oliedruppel.
Mevrouw Koek, wethouder van onderwijs van de gemeente Leiden, feliciteert de prijswinnaars en de school. Als ze zegt te hopen dat er volgend jaar een paar meisjes in de top van de Olympiade zullen doordringen, krijgt ze applaus. Maar haar voorzichtige suggestie om hiertoe het ‘spook van de aparte meisjesklassen’ uit de kast te halen, wordt met boe-geroep ontvangen.
Juist vóór de bel gaat, sluit de rector de feestelijke bijeenkomst. Wie geen onderwijsverplichtingen heeft, wordt nog uitgenodigd voor een drankje en een hapje.

Gedoe

Van de wedstijdleiders van de school, Kees van Beelen en Willem Claas, hoor ik dat bij de tien deelnemers aan de eerste ronde op deze school geen enkel meisje was. De drie meisjes die erover gedacht hebben mee te doen, zijn tevoren

herhaaldelijk door hun leraar aangemoedigd: ze zouden een heel goede kans maken gezien hun prestaties bij wiskunde B (beter dan die van enkele van de huidige prijswinnaars!). Maar ze kwamen uiteindelijk toch niet opdagen; ze hadden geen zin.
Dan vraag ik of er onder de meisjes wellicht meer belangstelling is voor de Wiskunde A-lympiade. Dat is moeilijk te zeggen, want men heeft hier nog nooit moeite voor gedaan. Wiskunde A staat op het Stedelijk Gymnasium van Leiden namelijk niet in erg hoog aanzien. Als 9e of zelfs 10e vak, dat je vrijwel geheel op eigen kracht onder de knie moet zien te krijgen, is het wel populair. Maar er speelt nog iets anders mee. De Olympiade vraagt al het nodige georganiseer en dat is bij de A-lympiade volgens Van Beelen en Claas nog veel erger. Dat vinden ze teveel gedoe.
Teveel gedoe voor leraren en schoolleiders, dat is ook de strekking van de reacties van de aanwezigen op het plan dat Henk Schuring ten slotte presenteert. Om de portokosten te drukken, denkt de NOCW erover de opgaven van de eerste ronde van de Olympiade niet meer ongevraagd aan alle scholen toe te sturen. Er zouden dan alleen nog posters en folders met een aanvraagformulier voor de opgaven rondgestuurd worden. Maar de hier aanwezige onderwijsmensen vrezen dat de deelname bij deze aanpak zal teruglopen. Als Henk om betere suggesties vraagt, krijgt hij nauwelijks respons. Voor de tweede keer deze middag merkt de secretaris van de NOCW dat de verbeeldingskracht van het Olympiade-publiek voor praktische vragen weleens te kort schiet.

IN MEMORIAM

Dr. Theodorus Jacobus Korthagen 17 juli 1926 - 16 juli 1994

Jan Maassen

Op 16 juli 1994 overleed Theo Korthagen, voorzitter van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren van 1975 tot 1989 en daarna erelid van de vereniging.

Toen op 25 mei 1974 de toenmalige voorzitter van de NVvW, dr. J.K. van den Briel, plotseling overleed, heeft de jaarvergadering van 2 november 1974 het bestuur van de vereniging gemachtigd een nieuwe voorzitter te zoeken.

Al gauw werd het bestuur toen op Theo Korthagen geattendeerd. Theo studeerde van 1945 tot 1951 wis- en natuurkunde aan de Universiteit van Amsterdam, waar hij in 1955 promoveerde op een proefschrift getiteld *Fundamentaalgroepen voor algemene continua.* Hij was van 1950 tot 1954 assistent aan de Technische Hogeschool te Delft en aan de Universiteit van Amsterdam. Daarna werd hij leraar en later ook conrector aan het Stedelijk Lyceum te Zutphen.
Theo had in de wiskundewereld zijn sporen reeds verdiend als medewerker aan deel III van de *Didactische oriëntatie voor wiskundeleraren* van dr. Joh. H. Wansink en als bestuurslid van het Wiskundig Genootschap (1965-1969 en 1974-1978), van Liwenagel [1] (1965-1972) en van het Congres van Leraren in de Wiskunde en de Natuurwetenschappen [2] (1964-1970) en toonde zich nu ook bereid in te gaan op het verzoek van het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren het voorzitterschap op zich te nemen.

Theo was geen onbekende voor de vereniging. In 1972 verscheen de bundel ‘Opgaven voor wiskunde I en II’, samengesteld door een commissie, ingesteld door de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, o.l.v. dr. ir. B. Groeneveld en Theo was een van de leden van deze commissie.
Op 29 januari 1975 kwam Theo voor het eerst in de bestuursvergadering. De eerste taak, die hem als voorzitter van de NVvW werd toegeschoven, was het voorzitterschap van de Adviescommissie Vakantiecursussen en onmiddellijk hierna werd hij ook lid van de subcommissie bovenbouw van de CMLW. [3]

Zijn belangrijkste inbreng binnen de vereniging betrof het wiskundeonderwijs en de examens. Voor elke activiteit, die het wiskundeonderwijs kon verbeteren, zette hij zich volledig in en zijn medewer-



king aan examens overkoepelt een lange periode.

Als voorzitter van de vereniging was hij geen manager, die probeerde vergaderingen zakelijk en effectief te leiden, doch hij wilde in een gemoedelijke en vriendschappelijke sfeer ieder de kans geven zijn inbreng te leveren. Weliswaar waren de bestuursvergaderingen hierdoor niet altijd even efficiënt, de winst werd behaald door het enthousiasme, waarmee iedereen zich na deze vergaderingen weer voor de vereniging ging inzetten. Tekenend voor de periode van het voorzitterschap van Theo was, dat elk bestuurslid zich bij het periodiek aftreden steeds herkiesbaar stelde. Een verzoek van de ledenvergadering in 1985 is er de oorzaak van, dat vanaf 1986 weer jaarlijks bestuursleden aftraden en ook Theo zich in 1989 niet meer herkiesbaar stelde.

Waar het nodig was, wist Theo ook van doorzetten. In de bestuursvergadering van 27 augustus 1975 stelde hij voor om prof. Freudenthal bij gelegenheid van zijn zeventigste verjaardag op 17 september het erelidmaatschap van de NVvW aan te bieden voor het vele werk, dat hij voor het wiskundeonderwijs had gedaan. Ofschoon hierover de ledenvergadering moest beslissen, meende Theo, dat het een zó goede zaak was, dat hij de verantwoordelijkheid kon nemen reeds vóór de jaarvergadering het erelidmaatschap aan te bieden en dit achteraf door de vergadering te laten goedkeuren. Op 1 november verleende dan ook de ledenvergadering met een spontaan applaus haar goedkeuring aan deze beslissing.

Het lag niet in de aard van Theo, dat hij zelf op de voorgrond trad. Zijn werk was in hoofdzaak achter de schermen.
Toch hebben oplettende leden veel van zijn inzet kunnen zien. In 1978 verschijnt een onder zijn leiding geheel herziene druk van ‘Opgaven wiskunde vwo’, in 1984 en 1985 heeft hij meegewerkt aan ‘Opgaven wiskunde A vwo’ en ‘Opgaven wiskunde B vwo’ en in 1987 verschijnt een rapport van een onder zijn leiding werkende nomenclatuurcommissie voor wiskunde A.
Bij het vertrek van Theo als voorzitter van de vereniging schrijft de inspecteur drs.W.Kleijne:
‘Graag maak ik van de gelegenheid gebruik, nu hij zijn voorzitterschap neerlegt, de heer Korthagen te danken voor alles wat hij in de afgelopen jaren voor het wiskundeonderwijs heeft gedaan en heeft betekend. Zijn vele activiteiten, zijn oplettendheid en zijn grote vakkennis zijn van grote invloed geweest op de in gang zijnde ontwikkelingen in het wiskunde-onderwijs. Tevens dank ik hem voor de buitengewoon goede samenwerking, die de inspectie met hem mocht ondervinden.’

Wie Theo met één woord wil karakteriseren, kan niet beter doen dan het woord ‘aimabel’ te gebruiken.
Theo was - zoals Hans van Lint dit ook bij de crematie memoreerde - een intelligent, vriendelijk, vrolijk mens met een goed karakter en een fijn gevoel voor humor.
Hij was een man, die werkte met het harmoniemodel. Na een vergadering werd onder een maaltijd altijd nog even nagepraat. Het jaarlijkse bestuursdiner werd onder zijn voorzitterschap uitgebreid tot een diner met de partners en vaak voorafgegaan door een stadswandeling. Hierdoor werd het bestuur een groep van vrienden, die elkaar zo goed kenden en begrepen dat meningsverschillen nooit tot wrevel leidden.

De vereniging verliest met het overlijden van Theo een erelid dat zich altijd vol enthousiasme inzette. Voor de bestuursleden, die onder zijn voorzitterschap met hem samenwerkten, is een periode van hartelijke vriendschap afgesloten.

Noten

1 Liwenagel = Leraren in Wiskunde en Natuurwetenschappen aan Gymnasia en Lycea
2 Het Congres van Leraren in de Wiskunde en de Natuurwetenschappen was een organisatie, ontstaan door samenwerking van:
de Groep Leraren in Wiskunde en Natuurwetenschappen aan Gymnasia en Lycea van het ‘Genootschap’ (Liwenagel),
de Vereniging van Leraren in de Wiskunde, de Mechanica en de Cosmografie (Wimecos),
de Vereniging van Leraren in Natuur- en Scheikunde (Velines),
de Vereniging van Leraren in de Biologie (Velebi).
3 CMLW = Commisie Modernisering Leerplan Wiskunde.

INTERVIEW

‘Als je ze maar die houding hebt geleerd’

Martinus van Hoorn

Ingrid van Schie, 38 jaar, sinds 1980 lerares aan de Openbare Scholengemeenschap De Hogeberg (voorheen de Rijks Scholengemeenschap) te Den Burg op Texel, had vorig jaar één brugklas.

Wil je iets vertellen over de manier van werken op je school?
We hebben een taakwerksysteem, waarbij alle lessen 45 minuten duren. Alle leerlingen werken op het vierde en vijfde lesuur zelfstandig aan een taak. Voor de brugklasleerlingen begint dit in februari, de brugklassers moeten eerst worden voorbereid op de zelfstandigheid.
Mijn leerlingen hadden 3 uur wiskunde van mij, en werkten daarnaast 1 uur zelfstandig aan wiskunde. Dat hoefde niet bij mij te zijn.
Verder had ik de klas, omdat ik er mentor van was, nog 3 uur voor studievaardigheid en mentoraat.

Kunnen de leerlingen die zelfstandigheid aan? Je laat ze bijvoorbeeld het antwoordenboek inzien.
Ja hoor, daar ben ik heel tevreden over. Ik had een vbo-mavo-klas, maar ook zwakke vbo-leerlingen kunnen het aan.
Het overschrijven straft zichzelf. En het huiswerk maken gaat net als elders.
Het afgelopen jaar had ik trouwens nog geen antwoordenboek, dat verscheen heel laat in het schooljaar.



Hoe krijg je zo’n werkwijze voor elkaar?
Ik stel eisen aan ze, niet alleen vakinhoudelijke eisen. Ik blijf de centrale figuur, en wil vooral RUST. De leerlingen moeten eerst ***globaal*** *snappen waar een som over gaat, en daarna* ***geconcentreerd*** *naar een oplossing werken.*
Ik begin een les meestal klassikaal, vaak met sheets op de overhead projector.
Ik wil dat ze in elk geval, hoe moeilijk een opgave ook lijkt, iets doen. Om te beginnen zeg ik: lees de tekst nog eens door.
Als je ze maar die houding hebt geleerd!

Hoe hebben je leerlingen het nieuwe programma ervaren?
Het vele leeswerk is een probleem, en dan zijn hier op Texel nog geen allochtone leerlingen. Ook hebben sommige leerlingen geen goede fijne motoriek, wat bij knip- en plakwerk een handicap is.
Positief is, dat ze dingen uit de dagelijkse praktijk tegenkomen.

Heb je je helemaal aan het boek gehouden?
We hebben in de vbo/mavo-brugklassen Wiskunde Lijn; in de vwo/havo/mavo-brugklassen Getal & Ruimte.
Goede leerlingen kunnen dingen overslaan, die hoeven niet drie keer dezelfde soort opgave te doen. Zwakke leerlingen komen vaak niet toe aan de zgn. WIT-pagina’s.
Verder doe ik elke les iets aan het rekenen. Ik begin eenvoudig, en kom dan bijvoorbeeld met een procentensom.

En tenslotte?
Mijn leerlingen zijn heel assertief en spontaan. Zelf iets aanraken is belangrijk voor ze. Ze kunnen bij mij veel met materiaal werken. En ik zie het resultaat.
Zo is lesgeven heel leuk!

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Verslag van het verenigingsjaar 1 augustus 1993 - 31 juli 1994

Het bestuur was dit jaar als volgt samengesteld:

dr. J. van Lint, *voorzitter*
drs. J.W. Maassen, *secretaris*
drs. S. Garst, *penningmeester*

overige leden
mevr. A.F.S. Aukema-Schepel
R.J. Bloem *(vanaf 13 november)*
J.J. Breeman
mevr. H. Goemans-Wallis *(tot 13 november)*
C.Th.J. Hoogsteder *(tot 13 november)*
R.J. Jongeling *(vanaf 13 november)*
mevr. drs. M. Kollenveld
F.J. Mahieu
S.H. Schaafsma *(vanaf 13 november)*

Op 16 juli overleed dr. Th.J. Korthagen. Hij was van 1975 tot 1989 voorzitter en sinds 28 oktober 1989 erelid van de vereniging.

Op zaterdag 13 november werd de jaarvergadering gehouden te Bilthoven. Deze jaarvergadering werd gecombineerd met een studiedag waarvan het thema was: ‘De basis gevormd… en dan?’. De aanwezigen op de studiedag konden deelnemen aan één of meer van de volgende werkgroepen:

- Het gebruik van de statistiek binnen de industrie,
- Afsluiting van de basisvorming,
- Waartoe dienen grafieken na de komst van het rekenmachientje?,
- Examenprogramma wiskunde B vwo,
- Beroepen in de wiskundeles van (i)vbo,
- Informatietechnologie in de basisvorming wiskunde,
- Wiskunde in beroepen, de bouw,
- Algebra, een leerstoflijn van onderbouw naar vervolg,
- Voortgezet rekenen? Reken maar!,
- Grafentheorie voor beginners,
- Basisvorming en mto.

Centrale lezingen werden gehouden door Aad Goddijn (Een blok hout op zijn kop) en Hans Pouw (Wiskundeonderwijs even ‘af’. Wat nu?). Tijdens de studiedag werd door prof. dr. F. v.d. Blij de prijs van de tweede didactiekprijsvraag van de NVvW en de NVORWO uitgereikt.

Op 15, 17, 22 en 24 februari zijn door de vereniging in Rotterdam, Amsterdam, Zwolle en Eindhoven regionale bijeenkomsten georganiseerd. Alle deelnemers konden twee workshops kiezen uit

- Leren redeneren in een meetkundige omgeving met CD-I,
- Het nieuwe wiskunde B programma,
- Wiskunde en Werk, vrouwen gebruiken wiskunde in hun beroep,
- Ervaringen met vbo/ivbo,
- Ervaringen in het mbo, knelpunten in het wiskundeonderwijs,
- Toetsen basisvorming,
- De geschiedenis van de meetkunde,
- Bestuurswerkgoep: examenperikelen.

Inhoud

De eindexamenbesprekingen waren dit jaar op 24 mei voor wiskunde mavo/vbo C/D in 7 plaatsen, wiskunde A havo in 9 plaatsen en wiskunde A vwo in 9 plaatsen, op 27 mei voor wiskunde B havo in 9 plaatsen en op 1 juni voor wiskunde B vwo in 8 plaatsen.
Met de meningen van de docenten, zoals die uit de verslagen blijken, is bij de cesuurbepaling terdege rekening gehouden.
In Euclides verschenen samenvattingen van de examenbesprekingen vwo en havo (69,2, oktober 1993) en vbo/mavo (69,4, december 1993).

In december verscheen een nieuwe uitgave van het ‘Vademecum voor de wiskundeleraar’.

Sinds augustus 1993 is ‘Euclides’ eigendom van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. In de loop van dit verenigingsjaar is hard gewerkt aan een nieuwe opzet van Euclides. Dit nieuwe Euclides zal in het verenigingsjaar 1994/1995 verschijnen.

Op 2 februari had een afvaardiging van het bestuur een gesprek met voorzitter en secretaris van de CEVO. Hierbij werd gesproken over de examenbijeenkomsten van de vereniging, de syllabi zoals de Revisiecommissie Examenprogramma’s Algemene Examenvakken heeft voorgesteld, de examenresultaten en de toetsing van de basisvorming.

Via het SABO (Samenwerkingsverband voor Avo en BeroepsOnderwijs) is in 1993 een Landelijk Examenbureau ontstaan dat de zorg heeft om examens af te nemen voor de algemene en beroepsgerichte vakken zoals die in het vbo voorkomen.
Naast constructiegroepen die zijn geformeerd uit docenten van het vbo zijn er ook Landelijke Examen Commissies (LEC) per vak opgericht. Namens de NVvW heeft in de LEC-wiskunde mevr. M. Lambriex-v.d. Heijden plaats genomen.
Voor wiskunde heeft een commissie van zeven, met als voorzitter mevr. M. Meeder, een concept vbo-B examenprogramma gemaakt. Op 31 maart gaf het bestuur van de NVvW zijn commentaar op dit concept.

Nadat vorig jaar het concept-examenprogramma mavo/lbo C/D van de Commissie Ontwikkeling Wiskundeonderwijs, de COW, op verzoek van de Revisiecommissie Examenprogramma’s Algemene Eindexamenvakken mavo en vbo door een groep oud-leden van de COW en vertegenwoordigers van de NVvW en de NVORWO, met medewerking van deskundigen van Cito en SLO zo gewijzigd was dat het voldeed aan de gewenste standaardformulering van de Revisiecommissie, kreeg het bestuur in mei het verzoek van het ministerie om op dit concept, dat nogmaals aangepast was, te reageren. Het bestuur heeft hierbij zijn advies van december 1992 gehandhaafd.

Op 5 november werd in Utrecht het Centrum Vrouwen en Exacte Vakken officieel geopend. Ook verscheen op deze dag het nieuwe boek ‘Wiskunde en Werk’ van de werkgroep Vrouwen en Wiskunde.
Op 19 maart hield de werkgroep haar landelijke studiedag over de Profilering 2e fase voortgezet onderwijs en over de Eindtoetsen basisvorming.

De samenwerking met de NVORWO leidde dit jaar, naast de afsluiting van de Tweede Didactiekprijsvraag, tot de oprichting van een Historische Kring Reken-Wiskunde-Onderwijs en een werkgroep Rekenen.
H.Meijer, die namens de NVvW, de NVORWO en de Vereniging Informatiekunde en Informatietechnologie in onderwijs lid van de SLO

Mededeling

U mag het niet missen:

Zaterdag 12 november 1994
Jaarvergadering/Studiedag

Voor meer informatie zie Euclides jaargang 70 nummer 1

Mededeling

De secretaris drs. J.W. Maassen treedt na 25 jaar af. Daarom wordt op 12 november 1994 (na de studiedag) een afscheidsreceptie gehouden in

Hotel Heidepark
Jan Steenlaan 22-24
Bilthoven
van 16.30-18.00 uur.

bestuursraad was, werd opgevolgd door E.Wijdeveld.

De Christelijke Hogeschool Windesheim is dit jaar bezig geweest met de ontwikkeling van een interactieve CD over ruimtemeetkunde. Om hiervoor overheidssubsidie te verkrijgen is een samenwerkingsverband aangegaan met de uitgeverij NIB en de NVvW. De vereniging heeft gezorgd voor een klankbordgroep, bestaande uit docenten wiskunde, die het project vanuit het veld begeleiden.

In januari verscheen het rapport 'Tweede fase, scharnier tussen basisvorming en hoger onderwijs' van de Stuurgroep Profiel Tweede Fase Voortgezet Onderwijs.
Mevr. drs. M. Kollenveld is lid geworden van de werkgroep Profiel van prof. dr. J.M.M. Hooymayers terwijl een aantal leden van de vereniging het rapport en de consequenties bestudeert en na de oprichting van een vakontwikkelgroep wiskunde met deze groep kan meedenken.

Het bestuur vergaderde dit jaar veertien maal, waarvan éénmaal met de inspecteur drs. W. Kleijne. Gedeelten van bestuursvergaderingen werd gesproken met de redactie van Euclides, het bestuur van de NVORWO en de Samenwerkingsgroep W12-16.

Mededeling

Symposium 'Vrouwen kozen exact!'

Op zaterdag 19 november 1994 wordt in het Universiteitsmuseum, Biltstraat 166 te Utrecht het symposium 'Vrouwen kozen exact!' gehouden. Het symposium duurt van 13.00 tot 17.00 uur. Het symposium wordt georganiseerd door het Centrum Vrouwen en Exacte Vakken te Utrecht, en de secties Medische Geschiedenis en Geschiedenis van de Wiskunde, Informatica en Natuurwetenschappen van de Vrije Universiteit te Amsterdam. Het doel is het aanbieden van informatie en het leveren van lesmateriaal over vrouwen in de exacte vakken in het verleden.

Er zijn vier lezingen:
- Marianne Offereins geeft een toelichting op de Vrouwenminiaturen die zij regelmatig in NVOX (het tijdschrift van de NVON) en elders publiceert;
- Dr. Ida Stamhuis laat een ander voorbeeld zien, de "Lady with the Lamp";
- Dr. Mineke Bosch behandelt Johanna Westerdijk, de eerste vrouwelijke hoogleraar in Nederland, vanuit vrouwenhistorisch gezichtspunt;
- Drs. Christien Brouwer behandelt een theorie uit de 17e- en 18e-eeuwse plantkunde, waarin een mannelijke vooringenomenheid over voortplantingsorganen tot uitdrukking komt.

In een symposium-programmaboekje zullen samenvattingen van de lezingen worden opgenomen, evenals een literatuurlijst en suggesties over en materiaal voor gebruik in de klas. Er zal een tafel zijn met boeken zijn over het thema van het symposium; de boeken zijn ook te koop.

De kosten, inclusief programmaboekje en koffie/thee, bedragen ƒ 20,– voor donateurs van de Stichting Vrouwen en Exacte Vakken en leden van de GeWiNa (het Genootschap voor Geschiedenis der Geneeskunde, Wiskunde, Natuurwetenschappen en Techniek), en ƒ 25,– voor anderen, over te maken vóór 1 november a.s. op postrekening 2382285 van het Centrum Vrouwen en Exacte Vakken, onder vermelding van 'Vrouwen kozen exact!'

Inlichtingen aldaar,
telefoon 030-286463.

Boekbespreking

P.W.H. Lemmens / T.A. Springer
Hoofdstukken uit de Combinatoriek
Epsilon Uitgaven, Utrecht, 1992;
163 bladzijden; *f* 34,50.

Dit is deel 25 in de reeks van Epsilon Uitgaven, wetenschappelijke studieboeken in de Nederlandse taal, tot heden vooral wiskundeboeken bevattend.
Voor wie het woord 'Combinatoriek' in wat engere zin opvat, geeft de titel een te beperkt beeld van de inhoud. Ruwweg 50 pagina's zijn gewijd aan Combinatoriek (genererende functies, partities, recurrente betrekkingen, Möbius, Pólya) en ook 50 aan Graphentheorie (Euler, Hamilton, Ramsey, circuits en sneden, planairiteit, transportnetten). De laatste 50 bladzijden bevatten tabellen en uitwerkingen van de talrijke vraagstukken; dit duidt erop dat het boek (ook) voor zelfstudie is bedoeld.
Daarbij worden geen concessies gedaan aan de gemakzuchtige lezer. Er is, zegt de achterflap, gekozen voor een kernachtige en acribische (dat moest ik ook even opzoeken) behandeling. Daarnaast is, doelbewust, hier en daar voor benadering vanuit een wat hoger standpunt gekozen. Zo wordt eerst de Möbiusfunctie op een partiëel geordende verzameling gedefiniëerd (die aardige toepassingen geeft) en komt de klassieke Möbius-functie als een speciaal geval tevoorschijn; ook wordt de (co)cykelruimte van een graph benaderd langs de weg van de (co)homologie.
Hoewel delen van de Discrete Wiskunde zich uitstekend lenen als stof voor beginners, is dit boek, ook door het gebruikte formulisme, toch meer gericht op lezers met wat meer rijpheid en voorkennis (eindige lichamen, groepswerking). Het verbaast dan ook te lezen dat het boek is ontstaan uit colleges voor informaticastudenten. Overigens wordt royaal met voorbeelden gewerkt en de opgaven zijn goed te maken. Direct voor de schoolpraktijk bruikbare dingen zal men er echter niet in vinden, en ook algorithmische aspecten komen weinig aan bod.
Menigeen van een wat oudere jaargang zal de Discrete Wiskunde in zijn vooropleiding hebben gemist. Voor wie op dit terrein nog wat wil in- of herhalen is dit een geschikt, hoewel niet het eenvoudigste, boek. Het is voortreffelijk gedrukt. Er is één doorlopende nummering, een nummer kan slaan op een stelling, maar ook op een voorbeeld, een alinea of een formule. Ongewoon, maar eigenlijk wel handig bij het opzoeken van een verwijzing. Het aantal (druk)fouten is miniem: verwijzing naar 5.10 i.p.v. 5.14 op pag. 37, een 'e' te veel op pag. 53, 'de' i.p.v. 'het' op pag. 54 ('de snoer'- bestaat ook, zegt het woordenboek, maar betekent iets anders). Misschien had de overgang tussen formele machtreeksen en functies wat nadere uitleg moeten hebben (pag. 9 en pag. 31). Tenslotte: aan de bekende Ramsey-getallen op pag. 74 kan intussen $R(3, 9) = 36$ worden toegevoegd.

R.H. Jeurissen

Verschenen

V.K. Balakrishnan
Introductory Discrete Mathematics
Prentice Hall; $ 33.95;
236 bladzijden;
ISBN 0-13-478678-5

Dit boek behandelt in essentie drie onderwerpen:
1 combinatoriek (permutaties, combinaties, inclusie-exclusieprincipe, genererende functies, recurrente betrekkingen);
2 grafen (verbindings- en incidentiematrices, samenhang, Euler- en Hamiltonpaden, kleuring en planariteit, bomen);
3 algoritmen (opspannende bomen, kortste pad-algoritmen)

In een appendix wordt enige aandacht besteed aan NP-volledigheid. Het boek bevat ruim 200 opgaven. Van ongeveer de helft is een antwoord opgenomen.

Drie keer Epsilon

Al eerder schonken we in Euclides aandacht aan verschenen boeken in de Epsilon-reeks. Geleidelijk aan is in 10 jaar tijd een fraaie serie ontstaan. Inmiddels zijn 28 boeken verschenen, die voor elk wat wils bieden. Natuurlijk is niet alles voor iedereen even interessant; dat zou ook niet kunnen. Ook is het ene boek anders geschreven dan het andere. Dat hangt nog weer van de doelgroep af.

In de catalogus vinden we vermeld voor wie een verschenen boek bestemd is. Gevorderde vwo-leerlingen, algemeen geïnteresseerden, studenten politieke wetenschappen, onderzoekers industrie en universiteit (al deze categorieën worden in de catalogus genoemd), zij allen stellen hun eigen eisen.
In dit artikel bespreek ik de drie laatst verschenen boeken, boeken die tot de zomer van 1994 verschenen zijn. Alle drie de boeken zijn ruim voorzien van opgaven, wat ze al meteen extra waardevol maakt.

Deel 26

In deel 26 behandelt Martin Kindt op de hem geheel eigen wijze de projectieve meetkunde. Lichtvoetig is de stijl waar hij het patent op schijnt te hebben. De eigenschappen komen als vanzelf te voorschijn, uit de lucht dwarrelen zou je haast kunnen zeggen.
Ik vind het een mooi en prettig leesbaar boek, waarin de projectieve meetkunde helder wordt gepresenteerd. Wat ik beslist niet kan beoordelen is hoe geschikt het boek is voor de doelgroep: “studenten en leraren wiskunde”. Toevallig, of niet toevallig, heb ik ooit al het een en ander gedaan aan projectieve meetkunde, en met die bagage lees ik dan zo’n boek. Ik vrees, eerlijk gezegd, dat heel wat mensen die zonder speciale voorkennis in het boek gaan lezen, al gauw het spoor bijster zijn. Je moet wel onthouden wat de auteur heeft besproken, hij gaat niet nogmaals uitleggen wat een perspectiviteit is, en zijn lichtvoetige stijl bewerkstelligt dat je vaak een hele bladzijde zult moeten nalezen om zo’n begrip als perspectiviteit te vatten.
Ik kan de aanduiding van de doelgroep ook anders interpreteren: studenten en leraren wiskunde zouden kennis moeten maken met projectieve meetkunde. Dat is een uitspraak met een lading. Er zijn zoveel dingen die studenten en leraren zouden moeten kennen. Weinig onderwerpen hebben echter zo’n ambassadeur als Martin Kindt voor de projectieve meetkunde is. De liefde voor het onderwerp proef je door het hele boek heen.
Zo weet ik, dat Martin Kindt meer van synthetische dan van analyti-

Mededeling

Lezingenmiddag
‘Kwantitatieve Methoden’
Op donderdag 10 november 1994 vindt in Wageningen de lezingenmiddag *Kwantitatieve Methoden*, bestemd voor wiskundedocenten, plaats. De lezingenmiddag wordt georganiseerd door de studierichting Agrosysteemkunde, die hiermee haar bekendheid wil vergroten. De lezingenmiddag duurt van 13.30 - 16.30 uur; na afloop is er een borrel.

Er zijn drie lezingen:
- de eerste lezing gaat over Lineaire Programmering (LP); ingegaan wordt onder meer op toepassingen in de mengvoeder- en papierindustrie;
- de tweede lezing betreft dynamische simulaties; er zijn tegenwoordig uitstekende softwarepakketten beschikbaar om een stelsel dynamische procesvergelijkingen op te lossen; deze kunnen de groei van gewassen beschrijven;
- de derde lezing gaat over statistiek op bestanden, te behandelen aan de hand van een praktijkvoorbeeld betreffende sluipwespen; het gebruik van statistische programmatuur komt uitgebreid aan de orde.

Aanmelding geschiedt door opgave vóór 28 oktober bij dr. ir. C.J. Dourleijn, Vakgroep Wiskunde, Landbouw Universiteit Wageningen, Dreijenlaan 4, 6703 HA Wageningen, telefoon 08370-84034.
Na aanmelding ontvangt u een bevestiging, het definitieve programma en een reisbeschrijving.

sche meetkunde houdt. Dat zal er wel de reden van zijn dat coördinaatsystemen kort aandacht krijgen; naast de genoemde barycentrische coördinaten zijn er ook normale cordinaten (met het middelpunt van de ingeschreven cirkel als eenheidspunt).
Ook hyperbolische en elliptische meetkunde komen er bekaaid af. Daar kun je natuurlijk vrede mee hebben, het zijn onderwerpen waar een heel boek mee te vullen is.
Misschien gaat de redactie van de Epsilon-reeks daar nog eens voor zorgen.

Deel 27

In deel 27 geeft W.T. van Horssen een inleidende cursus differentiaalvergelijkingen. Ook dit boek is voor studenten en leraren wiskunde.
Het is een geslaagd boek. Zonder te vervallen in uitvoerige algoritmen voor het oplossen van typen differentiaalvergelijkingen geeft de auteur telkens aan hoe je naar een differentiaalvergelijking kunt kijken, dat je soms een particuliere oplossing kunt aanwijzen (en daar ook gebruik van kunt maken), dat je veelal een stelsel differentiaalvergelijkingen zult tegenkomen, en waarop numerieke methoden gebaseerd zijn. Door deze aanpak heeft een lezer heel veel aan het boek; bij voortgezette studie zijn alle belangrijke aspecten de revue nu reeds gepasseerd. Het is ook een op de praktijk gericht boek, het bekende gezeur over richtingsvelden en over de feilen in definities van differentialen komen we niet tegen.
De lezer wordt niet gespaard. Anders zou het boek ook geen eerlijke introductie op differentiaalvergelijkingen kunnen zijn.
Het is bepaald een voordeel als je bij lezing van dit boek kennis hebt van matrices, complexe getallen en reeksontwikkelingen. De deskundige hand van de auteur leidt de lezer dan langs de genoemde aspecten. Het aardige is, dat de lezer voortdurend de kans krijgt mee te denken met de auteur, en zo als het ware achter de schermen kijkt. Typisch een Epsilon-boek!

Deel 28

Van deel 28, Wiskunde in Werking, valt al meteen het forse formaat op. Dit is een boek waar heel veel in staat. Een aantal leden van de afdeling wiskunde van de Landbouw Universiteit Wageningen heeft een rondje langs de velden gemaakt, en doet daarvan verslag in dit boek. Ik noem de hoofdstukken:

1. Rijen, reeksen en iteratieve processen (26 bladzijden).
2. Vectoren (76 bladzijden).
3. Functies (56 bladzijden).
4. Lineaire afbeeldingen en matrices (40 bladzijden).
5. Primitieven (32 bladzijden).
6. Differentiaalvergelijkingen (32 bladzijden).
7. Determinanten, eigenwaarden en eigenvectoren (52 bladzijden).
8. Functies van twee variabelen (56 bladzijden).
9. Integratie (50 bladzijden).
10. Complexe getallen (26 bladzijden).

Antwoorden (40 bladzijden), een lijst met formules en twee indexen, op de wiskundige begrippen en op de toepassingen die genoemd zijn, completeren het boek. Ook dit boek is voor studenten en leraren.
Het boek is door de gekozen opzet een soort encyclopedie, maar dan uitdrukkelijk niet om bijvoorbeeld van zekere functies de eigenschappen op te slaan. In de index zal men tevergeefs zoeken naar goniometrische of cyclometrische functies. In het boek komen ze wel voor, en onder de formules zijn te vinden bij de lijst van primitieven.

Verschenen

S.R. Lay
Analysis with an introduction to proof
Prentice Hall; $71.75
303 bladzijden
ISBN 0-13-033267-4

Iemand die wiskunde wil bedrijven heeft niet genoeg aan een handvol stellingen. Hij/zij zal vaardigheid moeten ontwikkelen in het lezen en ontwerpen van formele redeneringen. Vanuit deze grondhouding ontwikkelde de schrijver een (basis)cursus analyse.
Onderwerpen: verzamelingen; reële getallen; rijen; limieten; continuïteit; differentiëren; integreren; reeksen; rijen en reeksen van functies.
De analyse-hoofdstukken worden voorafgegaan door een inleidend hoofdstuk waarin de taal van de logica en een aantal bewijsmethoden worden behandeld.

De opzet van het boek is strak. Verwacht geen bewijzen, wel toepassingen, in elk hoofdstuk staat een overzicht van wat de auteurs 'wiskundig gereedschap' noemen. Met dat gereedschap wordt vervolgens de hele wereld aangepakt. Dit lijkt te suggereren dat je met wiskunde ook inderdaad de hele wereld te lijf kunt, en dat de wiskunde eigenlijk al 'af' is. Dat is tegelijk mijn enige echte bezwaar. De wiskunde is niet af en zal nooit af zijn. Nieuw is bijvoorbeeld de invloed van software. In het boek blijft software geheel onbesproken, waarom is mij niet duidelijk. In een boek dat zich met name richt op degenen die ergens wiskunde willen gebruiken zou programmatuur besproken moeten worden. Ook discrete wiskunde heeft niet een plaats in het boek gekregen.
Ik beëindig deze bespreking met een compliment. De auteurs hebben hun best gedaan om het boek leesbaar te houden. Door een consequente lay-out en met gebruik van pictogrammen zijn ze daar heel goed in geslaagd.

M.van Hoorn

M.Kindt
Lessen in projectieve meetkunde
Epsilon Uitgaven 26 (1993)
208 bladzijden; *ƒ* 34,50

W.T. van Horssen
Elementaire differentiaalvergelijkingen
Epsilon Uitgaven 27 (1993)
160 bladzijden; *ƒ* 32,50

M. de Gee
Wiskunde in Werking
Epsilon Uitgaven 28 (1994)
512 bladzijden; *ƒ* 77,50

Mededeling

Lezingenserie

De Hogeschool Midden Nederland organiseert in het kader van de eerstegraads opleiding wiskunde een lezingenserie. Alle belangstellenden zijn hierbij van harte welkom.

De serie start op
Maandag 7 november 1994
met een lezing door
Jan van Maanen
(Rijksuniversiteit Groningen),
met de titel:
Een nieuw programma voor vwo-B?

De volgende lezingen zijn:
Maandag 27 maart 1995:
Henk Nijmijer
(Universiteit Twente):
Robotbesturing: toegepaste wiskunde en nog wat.

Woensdag 31 mei 1995:
Richard Gill (Universiteit Utrecht):
Is Golden Ten een kansspel? Statistische analyse met de bootstrap.

Plaats: Auditorium van de Faculteit Educatieve Opleidingen, Archimedeslaan 16, 3584 BA Utrecht.
Tijd: 20.00-21.30 uur.

Verdere informatie:
Peter Lorist
telefoon 030-547224.

Adressen van auteurs

J. van de Craats
KMA
Postbus 90154, 4800 RG Breda

M.C. van Hoorn
Noordersingel 12, 9901 BP Appingedam

T. Lecluse
Vergiliuslaan 8, 5926 SM Venlo

P.W.H. Lemmens
R.U.U., fac. wisk. en inf.
Postbus 80010, 3508 TA Utrecht

J.W. Maassen
Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag

H.N. Schuring e.a.
Cito
Postbus 1034, 6801 MG Arnhem

A. Verweij
Noord Rundersteeg 10, 2312 VN Leiden

K.IJ. Wijnia
Oudeweg 33, 9561 LA Ter Apel

P. van Wingerden
Ch.de Bourbonlaan 66, 3708 CD Zeist

Kalender

2 november 1994
Utrecht

Bestuursvergadering NVvW

7 november 1994
Utrecht

Lezing 'Een nieuw programma voor vwo-B?'
Zie bladzijde 57

10 november 1994
Wageningen

Lezingenmiddag
Kwantitatieve methoden
Zie bladzijde 55

12 november 1994
Bilthoven

Jaarvergadering/Studiedag 1994, zie Euclides 70-1

16 november 1994
Utrecht

Bestuursvergadering NVvW

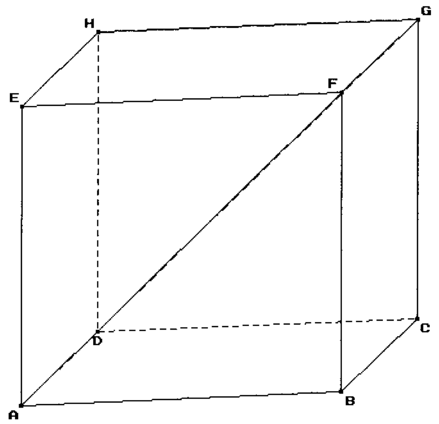
19 november 1994
Utrecht

Symposium 'Vrouwen kozen exact'
Zie bladzijde 53

Software ruimtemeetkunde

Ton Lecluse

Er moet een kubus worden getekend. Geen probleem, zegt u. Dit heb ik al zo vaak gedaan, ook op het bord. U tekent de kubus *ABCD.EFGH* in de aloude parallelprojectie:



Hierin moet het vlak *AFGD* worden getekend, en dat valt tegen! Beschuldigt u de opgavemaker van een didactisch onhandig gekozen vlak, of steekt u de hand in eigen boezem en tekent u een nieuwe figuur, waarbij u de kubus gedraaid tekent?
Bovenstaande situatie was voor mij aanleiding een programma te gaan ontwikkelen om ruimtemeetkundige figuren met de computer te tekenen. Ik weet dat er software op dit gebied bestaat, maar ik zoek iets dat aansluit bij de werkwijze van de wiskundedocent. Bovendien is het leuk om al je wiskundekennis (u weet wel, de aloude vectorrekening van de havo- en vwo-wiskunde II) in software te vereeuwigen. Hierbij staan mij de volgende doelen voor ogen:

- *gebruikersvriendelijkheid*:
  het programma moet prettig werken, liefst muisgestuurd;
  het programma gebruikt de terminologie die in de wiskundeles wordt gebezigd;
- *flexibiliteit*:
  het moet mogelijk zijn tijdens het tekenen de figuur te draaien, te vergroten of te verkleinen;
- *inzetbaarheid*:
  het programma moet geschikt zijn voor gebruik door de docent, maar ook door de leerling.

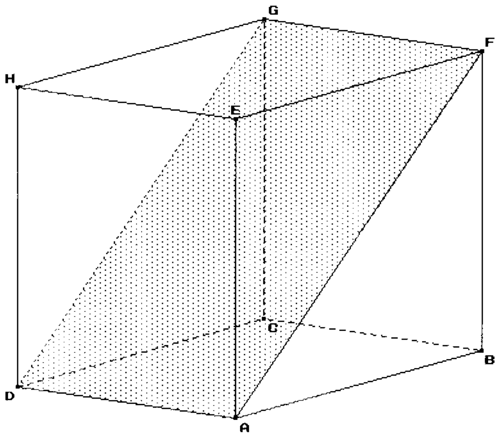
Wat kan het programma?

Een korte samenvatting van de mogelijkheden van het programma:

- Er kan worden gestart met een leeg scherm, met een basistekening met gegeven afmetingen (een kubus, balk, prisma of piramide) of met een bestaande tekening.
- Tekeningen kunnen worden bewaard in een bestand om ze later opnieuw te bekijken of er verder mee te werken.
- Er kunnen punten, lijnstukken en lijnen worden toegevoegd of verwijderd. Vlakdelen kunnen worden gearceerd.
- Het programma werkt in kleur.
- De tekening kan worden geprint.
- Van een vlak (meestal een diagonaalvlak) kan een tekening op ware grootte worden opgevraagd.
- Bij drie gegeven punten kan de doorsnede van het vlak door die punten met de figuur automatisch worden gecompleteerd.
- Punt- en vlakspiegelingen kunnen automatisch worden uitgevoerd.
- De hoek van 2 objecten (lijn/lijn, lijn/vlak of vlak/vlak) kan worden opgevraagd.
- De afstand van 2 objecten (punten, punt/lijn, evenwijdige of kruisende lijnen, lijn/vlak, vlak/vlak) kan worden opgevraagd. Ook wordt het afstandslijnstuk getekend.
- Van een object kunnen numerieke voorstellingen worden opgevraagd (coördinaten van een punt, vectorvoorstelling van een lijn, vergelijking van een vlak).
- Een punt, een lijn of de hele figuur kan om een willekeurige as worden geroteerd over een willekeurige hoek.

Het voert te ver om hier in detail op alle mogelijkheden van de software in te gaan. Ik volsta met het beschrijven van het dagelijkse gebruik voor de wiskundeles.

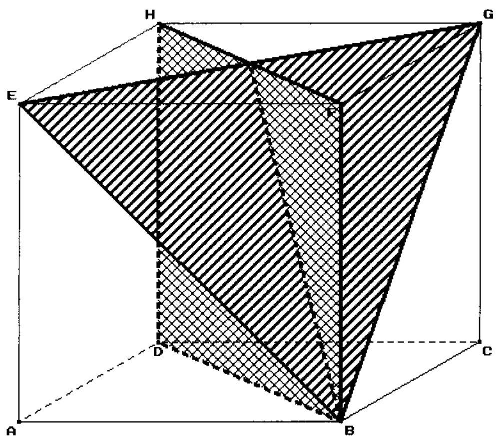
Laten we eerst de tekening uit het begin van dit artikel verduidelijken door deze te draaien. Kies bijvoorbeeld *DH* als rotatie-as bij een rotatiehoek van 65°:



Praktijkvoorbeeld 1

De opgave (4 havo, ruimtelijke oriëntatie):
Teken een kubus *ABCD.EFGH* met ribben 6 cm.
Teken hierin de vlakken *BDHF* en *BEG*.
Teken de snijlijn van deze vlakken.

Ik tekende de volgende figuur:

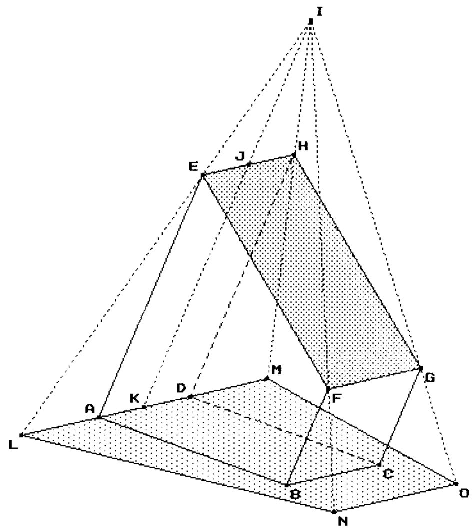


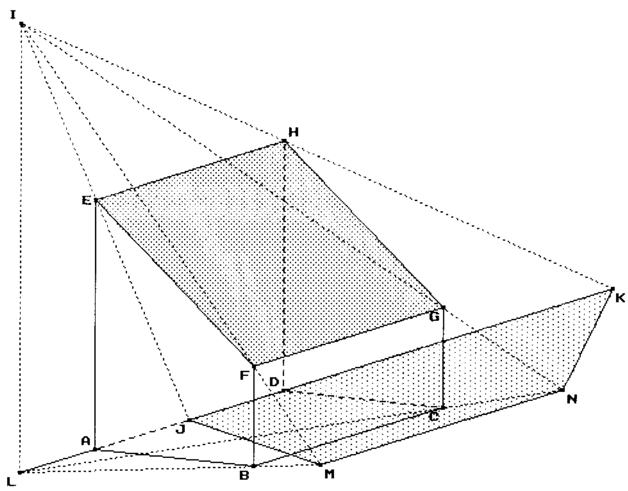
Nadat ik de tekening geprint had (op een gewone matrixprinter), kopieerde ik deze op school op een overheadsheet. Door hierna met kleurstiften wat bij te kleuren had ik prima lesmateriaal in een mum van tijd! Dit voorbeeld geeft een groot voordeel aan van de software: je kunt als docent efficiënt lesmateriaal ontwikkelen. Binnen 4 maanden heb ik meer dan honderd fraaie tekeningen op sheet geproduceerd.

Praktijkvoorbeeld 2

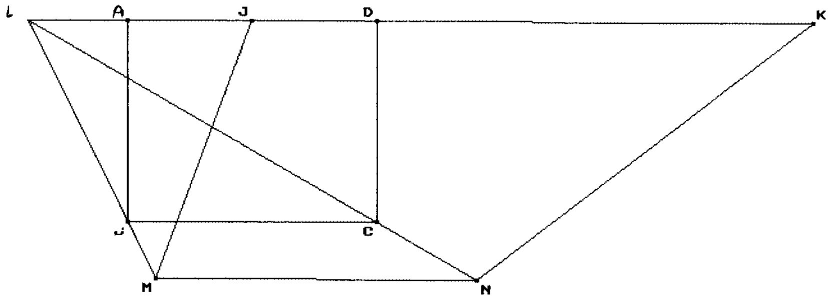
De opgave (5 havo, schaduwvorming):
Teken een puntvormige lichtbron en een vierkant zodanig, dat de schaduw van het vierkant op het aardoppervlak geen vierkant is.

Met behulp van het programma tekende ik enkele situaties:





In deze laatste tekening vroeg ik me af, wat de werkelijke vorm was van de schaduw. Het programma maakt het mogelijk een vlak uit de figuur op ware grootte te tekenen. Ik koos het grondvlak:

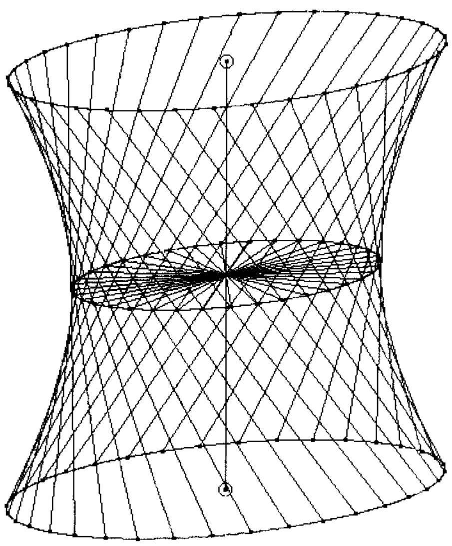


In dit voorbeeld zie ik mogelijkheden voor een leerling, die de software gebruikt bij het huiswerk: van elk vlak binnen de figuur kan de ware vorm worden opgevraagd (en afgedrukt). Dit scheelt veel tijd en bevordert het inzicht. De software nodigt uit tot verder onderzoek.

Praktijkvoorbeeld 3

In 6 vwo wordt een hyperboloïde gedemonstreerd door een tijdopname waarbij een lijn om een tweede lijn draait.

De software biedt de mogelijkheid het proces dynamisch te herhalen:



De leerling ziet telkens de volgende lijn van het omwentelingslichaam erbij komen.

Ik kan hier nog verschillende andere voorbeelden beschrijven. Het beste is echter zelf met de software aan de slag te gaan. Wie durft?

Het programma kan wellicht behalve in de wiskundeles ook in andere vakken (techniek, scheikunde, natuurkunde, tekenen) van nut zijn.

Bestellen van het programma

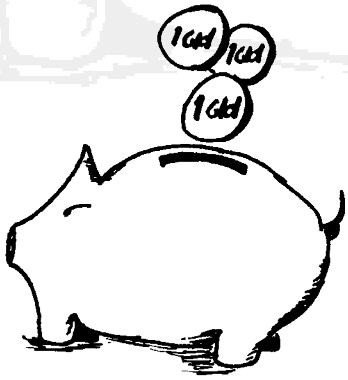
De software is een eigen produkt van de auteur. Het pakket is geschikt voor elke PC die onder MS-DOS draait en voorzien is van een VGA-kaart. De auteur is bereid het programma zonder kosten aan belangstellenden beschikbaar te stellen. Geïnteresseerde lezers kunnen een lege, geformateerde diskette met een voldoende gefrankeerde en geadresseerde retourenveloppe sturen naar:
Ton Lecluse
Vergiliuslaan 8
5926 SM Venlo

Werkblad

Verhoudingen

1 Op zondag krijgt Sandra haar zakgeld.
Op woensdag ziet ze dat ze nog maar 20% van haar zakgeld heeft uitgegeven.
De volgende dag geeft ze f 4,50 uit. Ze heeft dan nog de helft van haar zakgeld over.

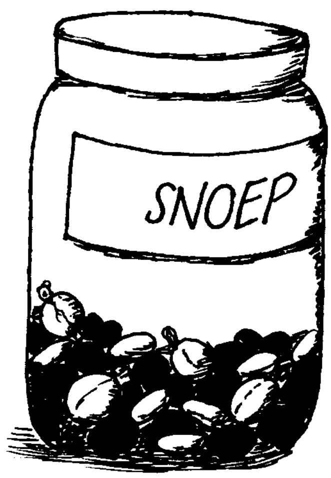
Hoeveel zakgeld krijgt Sandra?



2 Er staat een grote pot met snoep in de keuken.
De inhoud bestaat voor 3/5 deel uit dropjes en voor 2/7 deel uit pepermuntjes.
Voor de rest zijn het zuurtjes.
Jan heeft geteld dat er 30 pepermuntjes in de pot zitten.

a. Hoeveel snoepjes (dropjes, pepermuntjes en zuurtjes samen) zaten er in de pot?

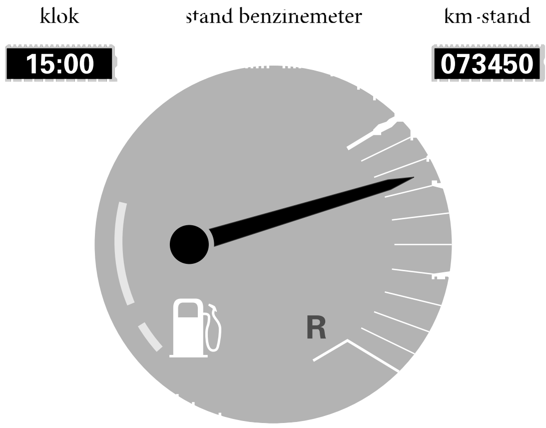
b. Hoeveel zuurtjes zaten er in de pot?



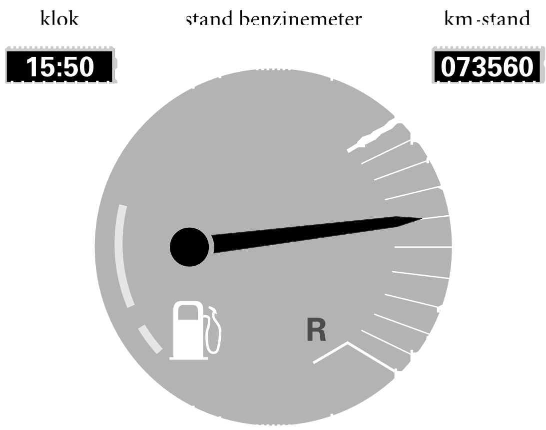
Werkblad

Verhoudingen

3 De heer van Dalen rijdt in zijn auto van Amsterdam naar Parijs.
Toen hij wegreed zag hij het volgende op zijn dashboard:



Na een tijdje keek hij nog eens op zijn dashboard en daar stond toen het volgende:



Kijk goed naar alle meters en beantwoord dan de volgende vragen.

a. Hoeveel km heeft meneer van Dalen inmiddels gereden?

b. Zoals je weet mag een auto op de snelweg niet harder rijden dan 120 km/uur.
Heeft meneer van Dalen te hard gereden? (uitleg)

c. Meneer van Dalen blijft in hetzelfde tempo doorrijden.
Hoelang kan hij nog doorrijden zonder te tanken? (berekening)

d. Hoeveel km kan hij nog rijden zonder te tanken? (berekening)

Uit: Proefwerk H/V1 van een C-school; experiment W12-16.

Werk en wiskunde

M.van Hoorn

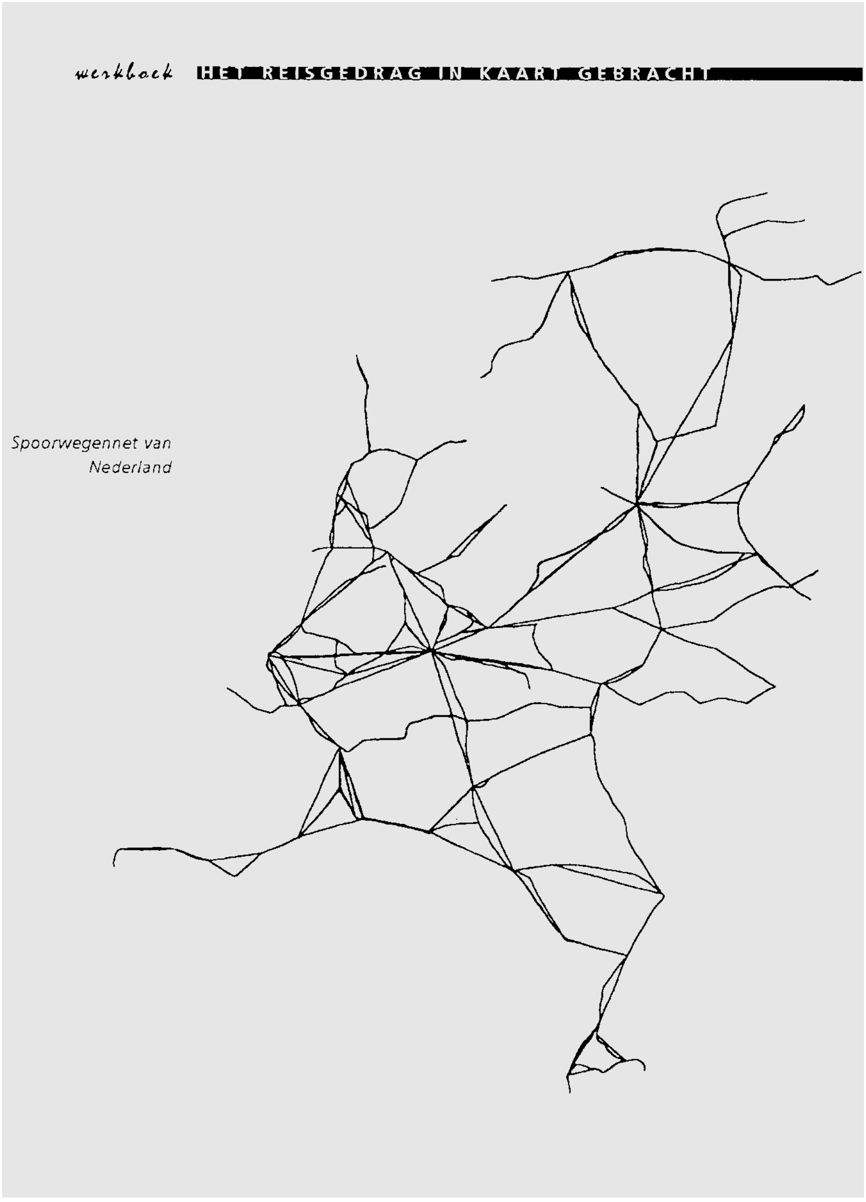
Bij de opening van het Centrum voor Vrouwen en Exacte Vakken (winter 1994) verscheen de bundel *Wiskunde en Werk* (*). Hierin worden 14 vrouwen geportretteerd in hun werk. Uitvoerig komt aan de orde welke wiskunde daarbij te pas komt.
Bij elk van de 14 hoofdstukken zijn werkbladen opgenomen, vergezeld van een docentenhandleiding voor wie met deze werkbladen gaat werken.
Voorafgaand aan de 14 hoofdstukken is een bijdrage van Rose Flower (in Engeland *math teacher of the year* geweest) opgenomen.

Ik heb zeer geboeid in de bundel *Wiskunde en Werk* zitten lezen. Niet één keer, maar vaker. Hier zijn mensen geportretteerd, mensen die ergens in de samenleving functioneren. Dat het telkens vrouwen zijn viel me bij lezing trouwens niet eens echt op. De bundel geeft een caleidoscopische blik op de samenleving, en laat zien hoe overal wiskunde te pas komt. In weinig publicaties wordt dat zó duidelijk.

Wat ook heel duidelijk is, is dat de bundel met enthousiasme geschreven is. Er was tijdsdruk (bijna een voorwaarde om tot iets goeds te komen) en er was een veelheid aan onderwerpen. Dank zij de inzet van de redactiecommissie en de inzet van al de anderen die hebben meegewerkt ligt er een boekwerk dat het lezen zeer waard is. Het enthousiasme straalt eraf, vind ik, en dat geeft de bundel extra waarde.

Heb ik dan helemaal geen kritiek? Ach, de werkbladen, die ga ik niet doen. Een beetje gekunsteld vind ik hier het samenstellen van werkbladen, al moet ik toegeven dat de meeste informatie op de werkbladen staat, reden waarom ik ze met plezier heb doorgenomen. En juist ook de opdracht van de redactiecommissie om werkbladen samen te stellen heeft ervoor gezorgd dat er zoveel informatie op staat.
De docentenhandleidingen bij de werkbladen zijn beslist te uitgebreid. Ook zijn er hoofdstukken die ik minder sterk vind; omdat de bundel heel dik is, blijft er genoeg interessants over.

Ik volsta verder met een opsomming van de inhoud van de bundel. Zoals gezegd begint de bundel met





een bijdrage van Rose Flower; zij beschrijft beeldend haar originele en inspirerende manier van werken.
Hierna volgen hoofdstukken over mensen die werken als, of als hobby hebben:
• apotheker,
• kledingmaakster,
• tuinarchitect,
• timmervrouw,
• arts (werkend met echografie),
• praktijkdocent logistiek en informatica,
• quilter (d.i. iemand die patchwork maakt),
• hardwaretechnicus,
• beeldhouwer,
• verloskundige,
• statistisch analist,
• quality improvement manager in een verffabriek,
• actuaris,
• consulent verkeer en vervoer.

De illustratie op blz. 64 komt uit het laatste hoofdstuk.

In het voorjaar, enkele maanden na de verschijning van de bundel Wiskunde en Werk, bereikte ons de voorzichtige vraag of een tweede druk van de bundel verantwoord zou zijn. Een bespreking in Euclides zou invloed kunnen hebben op de vraag naar de bundel. Dat mag van mij zeker het geval zijn.
Of: zijn we intussen aan een derde druk toe?

* **Wiskunde en Werk**, onder redactie van Josje van der Linden, Lianne de Vet, Lida Schepers en Heleen Verhage, een uitgave van de Werkgroep Vrouwen en Wiskunde,
ISBN 90-800122-4-6 losbl.

Gedachten en overwegingen in de didactiekcommissie

Kunnen we door vragen leren? II

Piet van Wingerden

Op de laatste twee vragen aan het slot van het vorige artikel zal nu ingegaan worden.

Zijn er onderwerpen in het wiskunde-onderwijs te vinden waarbij een vraagstelling minstens zo effectief is als een directe uitleg?

Deze vraag is door de auteurs van vele wiskundeboeken zo beantwoord, dat je tot de conclusie zou kunnen komen, dat alles met vraagstelling is te benaderen.
En: dat dat ook gewenst is.
De vragen en opdrachten zijn er waarschijnlijk met de bedoeling en in de veronderstelling dat de leerlingen daarmee wijzer worden.
Trouwens, in de klassieke schoolboeken stonden de opdrachten er ook niet voor niets.
Het lijkt er dus op dat het zoeken naar onderwerpen uit de schoolwiskunde, die bij uitstek geschikt zijn in vragende vorm te worden onderwezen, overbodig is. In de meeste leermethoden worden bijna alle onderwerpen ingeleid met vragen en opdrachten. Er is niet veel anders meer. Zo raken we misschien de naam van de betweterige schoolmeester kwijt.
Dat zou een irritatie minder kunnen zijn.

Bij het voorgaande wil ik een kanttekening plaatsen.
Niet alle onderwijsgevenden gebruiken de leerboeken zoals de auteurs kennelijk bedoelen.
Ik heb de indruk dat niet alleen leerlingen, maar ook docenten de vraagstukken als losse en op zichzelfstaande uitdagingen zien. Het goede antwoord moet zelfstandig of met hulp opgespoord worden. Hoera, deze som is gevonden, vlug naar de volgende. Geen terugblik, geen brede oriëntatie. Het is als een kruiswoordpuzzel of een cryptogram: het dient geen hoger doel!
En juist hier ligt een taak voor de docent.
Samenhangen moeten verduidelijkt worden.
Er is immers veel uit te leggen.
Doceren is nog altijd mooi en nuttig.
Het is goed dat de weters het aan de niet-weters verklaren. Vooral duidelijk en graag kort en bondig.
Daarvoor is het nodig dat er gesproken wordt, dat er wat opgeschreven wordt, er moet wat voorgedaan of aangewezen worden.
Soms is zwijgen ook zo gek nog niet tijdens dat proces.
Dat directe uitleggen, rechttoe-rechtaan, zonder tijd te verliezen met vragen, kan belangrijk zijn en nuttig. Bij de opleiding zal dat ongetwijfeld onderwezen en beoefend zijn. In de dagelijkse lespraktijk zal daar ervaring in zijn opgedaan. Vrijwel alle docenten zullen zich daarin wel enige vaardigheid verworven hebben.
Of vergis ik me daarin?

Nu de laatste vraag uit het vorige artikel.



Is het niet irritant op je vraag om uitleg een wedervraag te krijgen in plaats van een fatsoenlijke beantwoording?

Een goede sfeer in de klas is een eerste vereiste.
Als vragen stellen weerstanden oproept, kunnen we ons best wat matigen. Wiskundedocenten hebben wel meer mogelijkheden tot hun beschikking, denk ik.
Er zijn tal van dingen die men vlug kan uitleggen. Daarover moeten we niet ingewikkeld doen, niks geen psychologisch ingeklede vragen, niks geen gezeur. Als de leerlingen de vermenigvuldiging

$(x + 2)(x + 5)$
moeten leren uitwerken, kan ik hoogstens informeren of iemand dat al kan. Anders moet ik zelf aan de slag met iets te zeggen en voor te doen.

Ook hier is er reden voor een kanttekening.
Wiskunde leren is een proces.
Door de dingen voor te zeggen en voor te doen lijkt het dat het proces versneld wordt. En waarschijnlijk is dat tot zekere grenzen wel zo. Maar een proces heeft tijd nodig.
Als de leraar de dialoog aangaat en geschikte vragen weet te stellen, kost dat weliswaar tijd maar het leerproces wordt er wel door versterkt.

Er is nog een zwaarwegende reden om bij het wiskunde-onderwijs niet uitsluitend docerend bezig te zijn. De leerlingen kunnen een goed betoog volgen zonder te beseffen, dat ze geruisloos langs voetangels en klemmen worden geleid.
Dat levert bij repetities problemen op. De leerlingen mogen dan niet hun buren iets vragen. Ze moeten bij zichzelf te rade gaan. Ze moeten beseffen, dat ze zelf ook wel wat in huis hebben.
Het rechttoe-rechtaan-onderwijs en het werken in groepjes confronteren de leerlingen met vragen die in één zin zijn samen te vatten: 'Hoe moet ik nu verder?'
Deze vraag is niet bepaald verhelderend bij repetities, proefwerken en examens.
De leerlingen moeten zichzelf betere vragen leren stellen.
Van wie moeten ze dat anders leren dan van hun eigen dierbare docenten? Het is belangrijk dat de docenten zich van deze verheven taak bewust zijn.
In een volgend artikel wil ik hier op terugkomen.

40 jaar geleden

878 Van de rij getallen $u_1, u_2, u_3, u_4, \ldots$, die onbepaald doorloopt, is gegeven: $u_1 = a$, $u_2 = b$, terwijl voor $n \geq 3$ geldt, dat $3u_n - 2u_{n-1} - u_{n-2} = 0$ is. Bewijs, dat $\lim_{n\to\infty} u_n$ bestaat en bepaal deze limiet.

879 Benader met behulp van de logarithmentafel de positieve wortel van: $7796x^5 + 6x - 1 = 0$.

880 Twee cirkels (M, r_1) en (N, r_2) raken elkaar inwendig in A. $(r_1 > r_2)$. De tegenpunten van A zijn C, opv. B. Op AB kiest men een willekeurig punt P en door P trekt men, loodrecht op AB, een rechte, die cirkel (M) in Q en cirkel (N) in R snijdt. Bepaal de meetkundige plaats van het snijpunt S van BR en CQ.

881 Gegeven zijn twee elkaar uitwendig rakende cirkels (M, r_1) en (N, r_2) met een gemeenschappelijke uitwendige raaklijn PQ. Men construeert een cirkel (O, ρ), die de cirkels (M, r_1) en (N, r_2) uitwendig raakt en tevens aan PQ raakt. Bewijs, dat

$$\frac{1}{\sqrt{\rho}} = \left| \frac{1}{\sqrt{r_1}} \pm \frac{1}{\sqrt{r_2}} \right|.$$

882 Bewijs, dat in elke driehoek ABC

$$(-a + b + c)^2 (a - b + c)^2 (a + b - c)^2 \geq$$
$$\geq (-a^2 + b^2 + c^2)(a^2 - b^2 + c^2)(a^2 + b^2 - c^2) \text{ is.}$$

883 Van een bolsector, die deel uitmaakt van een bol met straal R, is de hoogte van het bolsegment h. Welke betrekkingen bestaan er tussen R en h, als:
1 de bolvormige oppervlakte van de bolsector gelijk is aan de kegelvormige oppervlakte?
2 de inhoud van het bolsegment gelijk is aan de inhoud van de kegel?
3 de ronde oppervlakten der beide delen zich verhouden als hun inhouden?

Vraagstukken uit Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde 42, 1954-1955

Rekenkundige rijen met dezelfde som

P.W.H. Lemmens

Inleiding

De bijdrage 'Rijen van opeenvolgende positieve getallen' van P. Gondrie en G. van Alst in Euclides 69-9, p.258-260, gaf mij aanleiding tot een generalisering, die bovendien een vereenvoudiging van de bewijsvoering met zich meebrengt.
Eerst een kleine correctie: de stelling op p.259 dient te luiden:

Gegeven een positief geheel getal, dan is het aantal rijen van opeenvolgende positieve gehele getallen …

We kijken naar rijen $a_1, a_2, \dots, a_d$ van gehele (dus ook negatieve) getallen met constant niet negatief verschil $r = a_{i+1} - a_i$, en we vragen naar het aantal van zulke rijen waarvan de som een gegeven geheel getal N is.
We bewijzen hiervoor eerst een tweetal stellingen (stelling 1 en stelling 2), en specificeren daarna tot rijen van positieve gehele getallen.

Het algemene geval

We gebruiken de notatie uit de inleiding, en veronderstellen dat de getallen r en N gegeven zijn. Zonder beperking der algemeenheid mogen we veronderstellen dat N een natuurlijk getal (inclusief 0) is. Verder merken we op dat een rij met verschil r en som N eenduidig bepaald wordt door de lengte d. Echter niet bij elk positief geheel getal d zal een rij met lengte d horen. Er moet (als we de beginterm even a noemen) immers gelden dat

$$2N = d(2a + r(d - 1)).$$

Bij lengte d is de beginterm dus $a = N/d - (d - 1)/2$. Hieruit zien we dat een rij van lengte d bestaat, precies dan als aan de volgende twee voorwaarden is voldaan:

(1) d is een deler van $2N$,
(2) $(2N/d) - r(d - 1)$ is even.

Is d oneven, dan is aan eis (2) voldaan.
Is d even, dan moeten we voor eis (2) twee gevallen onderscheiden:

(2') Als d en r even zijn, dan moet $2N/d$ even zijn,
(2") Als d even is en r oneven is, dan moet $2N/d$ oneven zijn.

Enkele belangrijke opmerkingen bij deze voorwaarden zijn:

- Als d een oneven deler van $2N$ is, dan is $2N/d$ een even deler van $2N$.
- d is een oneven deler van $2N$, precies dan als d een oneven deler van N is.
- d en $2N/d$ zijn beide even delers van $2N$, precies dan als d een even deler van N is.

Uit het voorgaande volgen de stellingen

Stelling 1
Als r even is, dan is het gevraagde aantal rijen gelijk aan het aantal delers van N.

Stelling 2
Als r oneven is, dan is het gevraagde aantal rijen gelijk aan tweemaal het aantal oneven delers van N.

Toelichting bij stelling 2: de lengten van de rijen corresponderen met de oneven delers d van N en de daarbij behorende (even) $2N/d$.

Voorbeeld
$N = 8$, $r = 2$. Er zijn 4 rijen, van lengten resp. 1, 2, 4, 8. De bijbehorende begintermen zijn resp. 8, 3, −1, −6.

Voorbeeld
$N = 8$, $r = 3$. Er zijn 2 rijen, van lengten 1 en 16, met begintermen resp. 8 en −22.

Voorbeeld
$N = 27$, $r = 15$. Er zijn 8 rijen van lengten 1, 54, 3, 18, 9, 6, 27, 2 met begintermen resp.
27, −397, −6, −126, −57, −33, −194, 6.

Opmerkenswaard is nog dat men het aantal delers van N gemakkelijk bepaalt uit de ontbinding van N in priemfactoren. Zijn p_1 t/m p_s de verschillende priemfactoren van N, met exponenten m_1 t/m m_s, dan is het aantal delers van N gelijk aan $(m_1+1)(m_2+1)\dots(m_s+1)$.
Op dezelfde manier bepaalt men het aantal oneven delers. Dan dient de exponent van 2 niet meegerekend te worden.

Rijen met positieve termen

Wil men (zoals in het artikel van Gondrie en van Alst) het aantal rijen met uitsluitend positieve termen weten, dan moet het aantal rijen met positieve beginterm worden geteld.Dit geeft een derde voorwaarde:

(3) $2N/d - r(d-1) > 0$.

Wegens de reeds bestaande voorwaarden (1) en (2) kan (3) naar believen ook worden geschreven in de vorm
$2N/d - r(d-1) > 1$
of in de vorm
$2N/d - r(d-1) \geq 2$.

Voor $r = 1$ kiezen we de '> 1' versie, en vinden: $d^2 < 2N$.

Voor $r = 2$ kiezen we de '≥ 2' versie, hetgeen $d^2 \leq N$ oplevert.

Het bovenstaande betekent dat we in het geval $r = 1$ het resultaat uit het artikel van Gondrie en van Alst terugvinden, namelijk de oneven delers van N, waarbij de oneven delers d die kleiner zijn dan $\sqrt{2N}$ rechtstreeks corresponderen met rijen van lengte d, terwijl de oneven delers d groter dan $\sqrt{2N}$ corresponderen met rijen van lengte $2N/d$.

In het geval $r = 2$ corresponderen de lengten van de positieve rijen met de delers van N die kleiner dan of gelijk aan $\sqrt{N}$ zijn, dus het aantal is gelijk aan de naar boven afgeronde helft van het aantal delers van N.

In de gevallen $r > 2$ is de correspondentie tussen positieve rijen en delers van N minder elegant.

Wezenlijk voor bovenstaande vereenvoudiging is dat men de nadruk legt op de lengte van de rijen, in plaats van op de begintermen (hetgeen in het artikel van Gondrie en van Alst gebeurt).

Voorbeeld
$N = 180$, $r = 1$, positieve rijen.
$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$, heeft dus
$3 \times 2 = 6$ oneven delers, met positieve rijtjes volgens het schema

d	lengte	beginterm
1	1	180
3	3	59
5	5	34
9	9	16
15	15	5
45	8(360/45)	19

Voorbeeld
$N = 180$, $r = 2$, positieve rijen. De delers d met $d^2 \leq 180$ zijn 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12. De positieve rijtjes hebben precies deze lengten, met begintermen resp. 180, 89, 58, 42, 32, 25, 12, 9, 4.

Nieuwe secretaris NVvW

Met ingang van 12 november 1994 heeft de vereniging een nieuwe secretaris: **Rob Bloem**.

Voortaan kunt u uw post aan het verenigingsbestuur richten aan:

Secretariaat NVvW
p/a *R.J. Bloem*
Kornoelje 37
3831 WJ Leusden

Oplossing 654

Recreatie

Gegeven waren vijf rijen waar een logisch verband in zat. De vraag was steeds het zevende element te bepalen.

(1) 12 – 1 – 1 – 1 – 2 – 1 – … → 3
Deze rij geeft het aantal slagen van een torenklok aan, die ook elk half uur een keer slaat. Dus 12 keer om 12 uur, 1 keer om half een, enz.
Omdat er slechts 6 termen gegeven waren heb ik ook andere “aardige” verklaringen goed gerekend.

(2) 1 – 2 – 7 – 12 – 13 – 14 – … → 17
Schrijf de getallen voluit in de Nederlandse taal:
EEN, TWEE, ZEVEN, TWAALF, DERTIEN, VEERTIEN, ZEVENTIEN
De lengte van deze woorden wordt steeds 1 langer.

(3) 5 – 8 – 12 – 20 – 50 – 80 – … → 1000000000
Schrijf de getallen voluit in de Nederlandse taal:
VIJF, ACHT, TWAALF, TWINTIG, VIJFTIG, TACHTIG, MILJARD
Dit is de zogenaamde ‘EBAN SEQUENCE’ van Neil Sloane, de schrijver van het boek ‘A handbook of integer sequences’. Dit boek bevat 2372 rijen !!
Kortom: de telwoorden bevatten geen letter E.

(4) E – WE – RI – IE – IJ – E – … → EVE
Neem steeds het middenstuk van onze telwoorden:
eEn, tWEe, dRIe, ..., zEVEn.
Uiteraard heb ik ook zeVen goedgerekend.

(5) HULP – NATUUR – WERELD – RANG – COLONNE – ZINTUIG – … → HEMEL
Deze woorden kunnen vooraf worden gegaan door figuurlijk gebruikte rangtelwoorden: eerste hulp, tweede natuur, …, zevende hemel.
Ook hier heb ik verschillende andere mogelijkheden goed gerekend.

Met 53 punten wint deze keer de boekenbon van *f* 25,–:

W.M. Banis
Engweg 9-A
1251 LK Laren (NH)

Heel hartelijk gefeliciteerd met deze welverdiende prijs.

Recreatie

Opgave 657

Jaargang 70...... In het Engels SEVENTY.
Na lang puzzelen heb ik vier alphametics gevonden, die als uitkomst SEVENTY hebben. Letterlijk kloppen deze optellingen ook ! Verder hebben deze vier optellingen de eigenschap dat alle tien cijfers voorkomen.
Hier komen de vier optellingen, die onafhankelijk van elkaar opgelost moeten worden:

```
    ONE           ONE
    ONE           ONE
    ONE           ONE
    ONE           SIX
    TEN         SEVEN
 ELEVEN          NINE
FIFTEEN          NINE
FIFTEEN       SIXTEEN
FIFTEEN        TWENTY
----------- +  ----------- +
SEVENTY       SEVENTY


   FIVE         SEVEN
   NINE        ELEVEN
SIXTEEN        ELEVEN
 TWENTY        ELEVEN
 TWENTY        THIRTY
--- -------- + ----------- +
SEVENTY       SEVENTY
```

De bedoeling van een alphametic is om de letters te vervangen door cijfers onder de volgende voorwaarden:

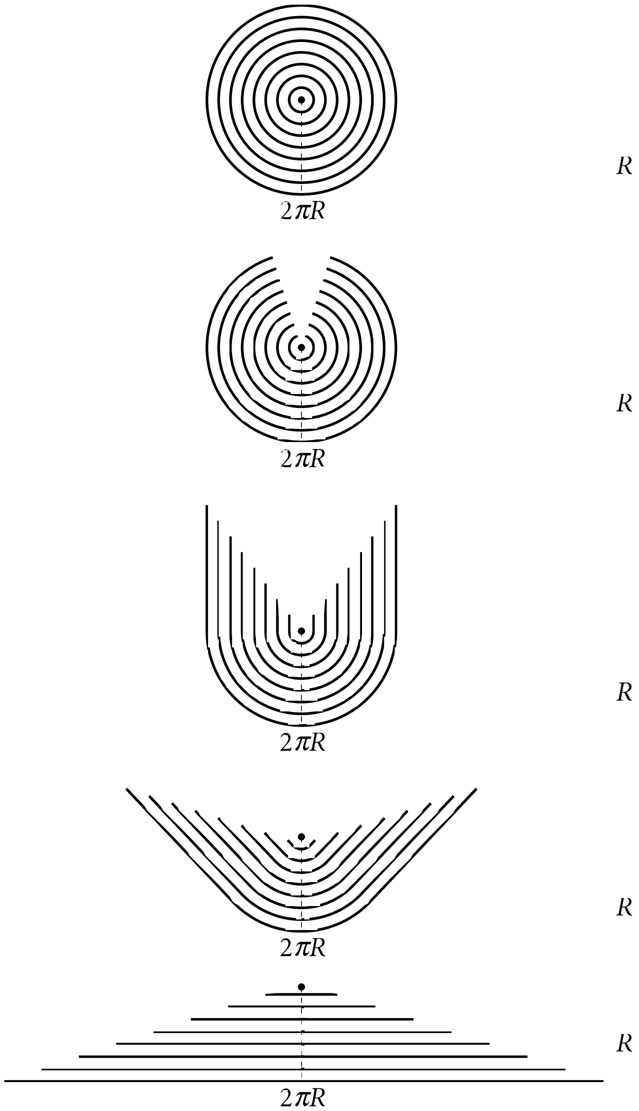
- de optelling is in het tientallig stelsel.
- gelijke letters door gelijke cijfers vervangen.
- ongelijke letters door ongelijke cijfers.
- geen enkel getal mag met nul beginnen.

Goede oplossingen (binnen 1 maand ingezonden) leveren maximaal 5 punten op voor de doorlopende ladderwedstrijd.
Ik houd me aanbevolen voor een soortgelijke optelling met als uitkomst ZEVENTIG. Ik heb helaas niets leuks gevonden.

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan
Jan de Geus
Valkenboslaan 262-A, 2563 EB Den Haag.

Bewijs zonder woorden (2):

De oppervlakte van een cirkelschijf is πR^2



$$A = \frac{1}{2}(2\pi R)\ R = \pi R^2$$

Verzameld door Rob Bosch

Richtlijnen voor auteurs

Aanleveren

Kopij dient bij voorkeur te worden aangeleverd op een diskette (3,5 of 5,25 inch) in WP5.1 (MS-DOS) of ASCII-bestand. Gedrukte of geschreven kopij kan vertraging opleveren.
De tekst mag geen lay-out bevatten. De tekst moet zo kaal mogelijk worden aangeleverd, zonder woordafbrekingen e.d.; geef alinea's wel met harde returns aan.
Lever bij de diskette altijd een drietal afdrukken van de tekst aan, waarop bijvoorbeeld staat aangegeven waar u de illustraties had gedacht.

Tekst

Maak een korte, bondige titel; vermeld de naam van de auteur zonder eventuele titels.
Paragrafen worden aangeduid met korte tussenkoppen (maximaal 23 aanslagen); per kopje vervallen er 4 regels basistekst.
De basistekst komt in een 3-koloms stramien. Een volle pagina telt $3 \times 54 = 162$ regels van 35 aanslagen per regel.
Wiskundige artikelen komen in een 2-koloms stramien. Een volle pagina telt hier $2 \times 54 = 108$ regels van 58 aanslagen per regel.

Illustraties

Voorzie uw tekst van toepasselijke illustraties.
Tekeningen, grafieken: scherpe figuren met zwarte pen of inkt gemaakt, of geprint op een goede printer.
Tabellen: scherp origineel op apart vel aanleveren.
Foto's: liefst zwart/wit met scherp contrast.
Voorzie illustraties van een verklarend bijschrift (op apart vel; bij meer illustraties zowel de illustraties als de bijschriften nummeren). Indien een illustratie op een bepaalde plaats in de tekst moet worden opgenomen dient dit duidelijk te worden aangegeven.

Verschijningsdata van Euclides

Omstreeks de 1e van de maanden september, december en mei; omstreeks de 15e van de maanden oktober, januari, februari, maart en juni.
Kopij voor het volgend nummer moet uiterlijk 7 weken voor verschijning geaccepteerd zijn door de redactie; voor de acht middenpagina's (in artikelen voor deze bladzijden mogen geen illustraties, tabellen of formules voorkomen!) geldt een termijn van 5 weken.